



Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica

ORGANIZADORES:

MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA
ANEMARI ROESLER LUERSEN VIEIRA LOPES
ELAINE SAMPAIO ARAÚJO
WELLINGTON LIMA CEDRO

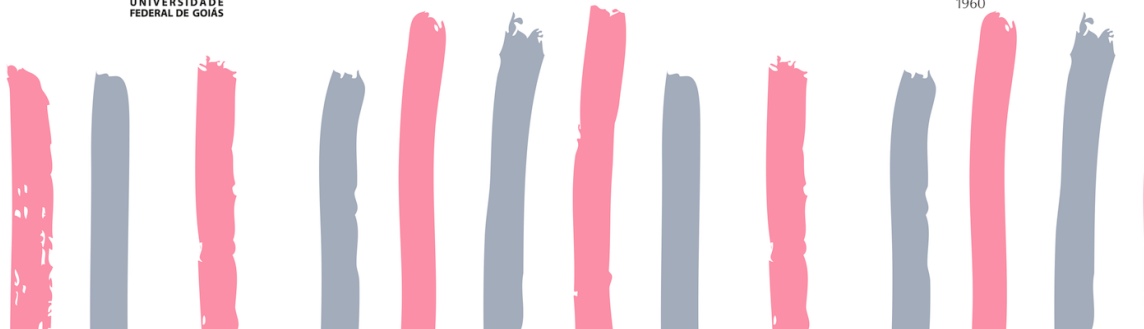
VOLUME I
ESTATÍSTICA



FFCLRP
EXPERIENTIA FIDES NOSTRA - 1964
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FEUSP

FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA USP



ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

REVISÃO TÉCNICA

ANA PAULA GLADCHEFF MUNHOZ
HALANA GARCEZ BOROWSKY
LAURA PIPPI FRAGA
MOISÉS ALVES FRAGA
ROSÉLIA JOSÉ DA SILVA CARVALHO

CONSULTORAS

FABIANA FIOREZI DE MARCO
MARIA DO CARMO DE SOUSA

FORMATÇÃO

ANA PAULA GLADCHEFF MUNHOZ
CARINE DAIANA BINSFIELD

CAPA

HALANA GARCEZ BOROWSKY

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica. Volume I:
Estatística / Manoel Oriosvaldo de Moura; Anemari Roesler L. V. Lopes; Elaine
Sampaio Araujo; Wellington Lima Cedro, (organizadores)

Vários autores

ISBN 978-85-85367-28-2

1. Aprendizagem – Metodologia (Ensino Fundamental)
2. Matemática – Estudo e ensino (Ensino Fundamental)

CDD.372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática: Estudo e Ensino: Ensino Fundamental

372.7

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA
ANEMARI ROESLER LUERSEN VIEIRA LOPES
ELAINE SAMPAIO ARAUJO
WELLINGTON LIMA CEDRO
(ORGANIZADORES)

APRESENTAÇÃO

O presente *e-book* é um dos muitos produtos resultantes do projeto de pesquisa em rede “*Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e Práticas da Organização do Ensino*” (PPOE) viabilizado pelo Programa Observatório da Educação (Obeduc), financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O desenvolvimento do nosso projeto, em particular, configurou-se como uma importante vivência de uma pesquisa que considera a escola como um lugar de formação e aprendizagem, tanto para os professores da educação básica como para os pesquisadores. Tal projeto é fruto de parcerias estabelecidas no âmbito de um coletivo, o GEPAPe - Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica. Este grupo integra pesquisadores de várias partes do Brasil e tem produzido conhecimento tendo como referência a Teoria Histórico-Cultural e suas contribuições para a atividade pedagógica. Esta última por nós considerada, baseados no materialismo histórico-dialético, uma unidade dialética entre a atividade de ensino - do(a) professor(a) - e a atividade de estudo - do(a) estudante.

O projeto OBEDUC/PPOE constituiu-se a partir da organização em quatro núcleos de investigação: núcleo São Paulo, na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), coordenado pelo prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura; núcleo Santa Maria, na Universidade Federal de Santa Maria, RS (UFSM), coordenado pela prof.^a Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes; núcleo Ribeirão Preto, SP, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo (FFCLRP/USP), coordenado pela prof.^a Dra. Elaine Sampaio Araujo; e núcleo Goiás, na Universidade Federal de Goiás (UFG), coordenado pelo prof. Dr. Wellington Lima Cedro. Teve como objetivo investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos, representados pelos dados do INEP e a organização curricular de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os núcleos foram constituídos por seus coordenadores gerais e por professores e coordenadores pedagógicos da Rede Pública de Educação Básica, estudantes de mestrado e doutorado de programas de pós-graduação e estudantes de graduação dos

cursos de licenciatura em Pedagogia e Matemática, com o intuito de proporcionar que professores(as) e futuros professores(as) vivenciassem um espaço formativo com compartilhamento de experiências sobre Educação Matemática a partir da Teoria Histórico-Cultural.

Uma das principais ações do projeto foi desenvolver uma proposta curricular de Educação Matemática para a Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. A perspectiva formativa assumida configura-se como processo e não como um fim. Portanto, ressaltamos a importância de compreendermos este *e-book* como algo não prescritivo, pois o produto maior gerado com o projeto, é o processo de formação dos(as) professores(as) e o que apresentamos aqui refere-se ao que produzimos até o momento.

As atividades para o ensino, que compõem este e-book, foram realizadas por muitas mãos, o que é evidenciado nas diferentes nuances que se apresentam em cada um dos volumes aqui apresentados. Apesar de cada um deles resultar das experiências e vivências formativas de cada um dos sujeitos que integraram os núcleos do OBEDUC/PPOE, temos um fio condutor que é a Teoria Histórico-Cultural e nossa compreensão sobre organização do ensino pautada na Atividade Orientadora de Ensino.

De acordo com princípios da Atividade Orientadora de Ensino, as ações de estudo e elaboração das atividades, de forma colaborativa, são constitutivas de um modo de organização das ações de ensino em sala de aula. Estas, após serem desenvolvidas na escola, eram novamente apresentadas ao coletivo do projeto para análise e reformulações. Esse movimento de organização do ensino, praticado sistematicamente, constituiu-se como um modo geral de ação que criou possibilidades de garantir um ensino de matemática de melhor qualidade e de potencializar a aprendizagem docente mediada pela articulação entre o pensar e o fazer docente, entre o estudar, planejar e o praticar em sala de aula.

Com a apresentação desse movimento coletivo, queremos contribuir com o ensino de Matemática, no sentido de trazer atividades para o ensino que mobilizem o professor para novos movimentos que venham a culminar em novas sínteses, e não no sentido de apresentar um “modelo pronto” para ser proposto em sala de aula.

Considerando esse contexto de elaboração e escrita das atividades que constituem este *e-book*, optamos por compartilhar também a autoria. Desse modo,

creditamos a autoria de cada um dos volumes aos grupos de pesquisa que compunham cada um dos núcleos, apresentando a nominata de todos que dividiram essa escrita naquele momento.

Na introdução procuramos evidenciar uma síntese sobre alguns conceitos referenciados no decorrer deste *e-book* e que permitem uma compreensão mais clara do que será abordado, a partir da perspectiva teórica que nos fundamentamos, a Teoria Histórico-Cultural.

A divisão de trabalho foi constituída de forma que cada núcleo desenvolvesse um determinado conteúdo matemático para os anos iniciais da escolarização, que se complementam em uma perspectiva de compor os principais eixos curriculares. Nesse contexto, o núcleo de Ribeirão Preto foi o responsável por organizar atividades para o ensino que compõem o conteúdo sobre "estatística" e que é apresentado no volume I.

No volume II, encontra-se o trabalho elaborado pelo núcleo São Paulo, responsável pelo conteúdo sobre "medidas", dando ênfase às grandezas "tempo, comprimento, massa, área e volume/capacidade".

O terceiro volume é composto pelo trabalho elaborado pelo grupo de Santa Maria, que foi o responsável pelo conteúdo de "números e operações".

Por fim, no quarto volume, são apresentadas as atividades para o ensino de "geometria" e que foram elaboradas pelo núcleo de Goiás.

Com a abordagem teórica e a organização do ensino aqui expostos, desejamos que este *e-book* possa contribuir com o trabalho de professores(as) e futuros(as) professores(as) na direção de suscitar reflexões de que o ensino, adequadamente planejado e organizado, pode desencadear o desenvolvimento humano. Bons estudos e bom trabalho!

INTRODUÇÃO

Fundamentados na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, atribuímos à Matemática, o papel de potente instrumento para conhecimento e domínio da natureza numa dimensão de ferramenta simbólica (ALEXANDROV, 2016; MOURA, 2013). O processo de abstração presente em sua produção (e produto) não é sua exclusividade, mas sim uma característica de toda ciência, inclusive de toda atividade mental em geral. Nessa perspectiva, entendemos tal ciência (matemática) por uma visão histórica e a concebemos como fruto de necessidades práticas da vida social, diferente do que expressa uma visão idealista, ao considera-la como fruto do pensamento puro.

Com essas afirmações queremos evidenciar a concepção da matemática como uma ciência viva, dinâmica e impregnada de condição humana, o que revela ser historicamente construída como produto de interesses e necessidades sociais (CARAÇA, 2010). Isso significa que “em todo o conhecimento matemático há uma atividade humana praticada para satisfazer necessidades da vida social (no coletivo). Assim, compreendida como um produto cultural, a matemática constitui-se como uma riqueza humana e, como tal, deve ser apropriada por todos” (MUNHOZ; MOURA, 2018b, no prelo).

Nessa mesma linha de pensamento, Vygotsky (2005) e seus colaboradores nos mostram que a apropriação desse produto cultural, que está objetivado no conhecimento matemático em sua forma teórica, se torna um instrumento do pensamento, ou como diz Moura (2013), e já afirmado anteriormente, uma ferramenta simbólica. Este conhecimento é dado pelo saber sistematizado, o conhecimento mais elaborado da humanidade, ou seja, o conhecimento teórico ou científico e a escola, nesse sentido, é compreendida como um espaço privilegiado no qual, de modo intencional, os conteúdos constituem-se, tal como afirma Moura (2013), como objetos de uma atividade humana

[...] capaz de possibilitar aos que dela participam ações rumo ao objetivo de apropriação dos instrumentos simbólicos e do modo de usá-los, com o objetivo profícuo de se fazer compreender e agir em um universo cultural

complexo, cujas relações são pautadas em processos comunicativos em que a leitura e a escrita são imprescindíveis (p.133).

Tal apropriação permite aos sujeitos sentirem-se participantes de uma comunidade. Participantes em uma compreensão de pertencimento, atribuindo sentido à vida que se dá pela coletividade.

No caso da criança, embora tenha contato com a matemática desde o seu nascimento, a partir do momento em que entra na escola, seja na Educação Infantil, seja nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ela se depara com outra maneira de aprender, diferente daquela que conhecia no convívio familiar ao qual estava frequentemente acostumada (SERRÃO et al., 2012). Nesse sentido, sua vida se reorganiza a partir de sua entrada na escola, pois ocorre a mudança do lugar social que a criança ocupa no sistema das relações sociais (LEONTIEV, 1978). Portanto, já desde o início da escolarização, no qual ocorrem as primeiras relações da criança com o conhecimento teórico matemático, este deve ter significado para ela. Seu conhecimento começa a expandir, sem deixar de lado o que traz em sua história de vida.

Como já explicitamos, defendemos a visão da matemática como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e, para que a aprendizagem seja significativa, acreditamos na atividade de aprendizagem na qual “a criança se apropria de conhecimentos matemáticos no fazer matemática, em atividade e, dessa forma, estruturam-se as propostas de ensino relacionadas com as práticas sociais e culturais, humanas e históricas” (MORETTI; SOUZA, 2015, p.10). Reafirmamos, portanto, nossa compreensão de que não é qualquer modo de ensinar, tampouco qualquer conteúdo, que podem promover o desenvolvimento humano, mas aqueles que intencionalmente forem organizados para esse fim.

Para isso, é preciso estudarmos sobre o que compreendemos por **processo lógico-histórico** de cada um dos conceitos que deverão ser apropriados por nossos alunos. Isso significa buscarmos os **nexos conceituais** entendidos como os aspectos essenciais do conceito e seus determinantes e que, neste caso, “estão impregnados de história, por isso, são históricos” (SOUSA; MOURA, 2016, p.2); contêm a “lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUSA et al., 2014, p.96). Isso se torna possível, na organização do ensino, ao sistematizarmos as necessidades surgidas na atividade humana que está encarnada no conceito e as respostas que a humanidade criou para

suprir tais necessidades. Essas respostas se traduzem pelas ferramentas intelectuais que deverão ser apropriadas pelos alunos. Vale ressaltar que, ao abordarmos a história da matemática no ensino, na perspectiva lógico-histórica, temos por “pressuposto a possibilidade do estudo no movimento do pensamento, no sentido de apreensão do objeto, isto é, do desenvolvimento do conceito” (DIAS; SAITO, 2009, p.9).

Esse modo de abordarmos o conhecimento vem ao encontro do que Moura (1996, 2004, 2017) propõe como **Atividade Orientadora de Ensino (AOE)**, compreendida como uma base teórico-metodológica direcionada aos processos de ensino e aprendizagem. Os princípios teórico-metodológicos presentes nessa proposta explicitam-na como a unidade entre o ensino e a aprendizagem, no contexto da atividade pedagógica e, segundo o autor, estrutura-se de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo compartilhando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. Uma particularidade extremamente relevante que constitui a AOE é a intencionalidade pedagógica que, na vivência educativa, considera as particularidades do problema colocado em ação e os vários conhecimentos presentes de cada um dos sujeitos participantes, o que imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino .

Pelas orientações teórico-metodológicas da AOE, um **problema desencadeador** é elaborado e estruturado como parte de uma **situação desencadeadora de aprendizagem (SDA)**. O problema, por sua vez, deve conter a gênese do conceito: explicitar as necessidades humanas que motivaram a sua criação, e como os homens mobilizaram-se para encontrar as soluções ou sínteses no movimento aqui já destacado, compreendido por **lógico-histórico**. Vale ressaltar que o problema desencadeador de aprendizagem é entendido como um problema de aprendizagem pelo qual o estudante, ao resolvê-lo coletivamente, apropria-se de uma forma de ação geral, que se torna base de orientação das ações em diferentes situações que o cercam, por isso sua dimensão teórica. Teórico pois, diferentemente de um problema concreto prático que busca modos de ação particular, na qual a resolução serve somente para uma situação específica (RUBTSOV, 1996).

A **situação desencadeadora de aprendizagem** pode ser materializada em: um *jogo*, com propósito pedagógico, que preserva o caráter de problema; uma *problematização de situações emergentes do cotidiano*, que oportuniza colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela, ou; uma *história virtual do conceito*, que coloca a criança diante de uma

situação-problema semelhante à vivida pelo homem (MOURA, 1996). É importante ressaltar que o histórico que envolve as situações desencadeadoras “não é a história factual, mas sim aquela que está impregnada no conceito ao considerar que esse conceito objetiva uma necessidade humana colocada historicamente” (MORETTI; MOURA, 2011, p. 443).

Ao criar o problema desencadeador de aprendizagem, contido na SDA, os professores planejam ações de ensino que deverão orientar os alunos à solução do problema, colocando o conceito em movimento para que seja apropriado por eles. Neste momento, ressaltamos a coletividade como essência no processo de desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem, tendo em vista os vários olhares de cada professor que dela irão compartilhar (GLADCHEFF; MOURA, 2016).

Podemos dizer que as SDA, desenvolvidas de acordo com os princípios colocados, podem ser potencializadoras da aprendizagem dos alunos. No entanto, não os colocam em *atividade* por si só. Enfatizamos que a SDA não é em si uma atividade de ensino, ela deve ser parte da AOE. É preciso que o professor, sendo o organizador, tenha muito claro o seu objetivo, e deve persegui-lo intensamente, levando os estudantes a manterem o foco na situação.

De um modo geral, assim foram desenvolvidas as atividades para o ensino aqui apresentadas. Nesse sentido, acreditamos na possibilidade de um processo educativo capaz de impulsionar o desenvolvimento humano, e que não se restringe à ação do professor ou à do estudante, mas ao processo como um todo, considerando o ensino e a aprendizagem uma unidade, como essência da atividade pedagógica (MOURA, 2017). Por isso, e mais uma vez, ressaltamos a importância de compreendermos este *e-book* como algo não prescritivo, mas como um início de uma produção coletiva que defende os objetivos da educação escolar para além de uma aprendizagem de conhecimentos relacionados à adaptação dos sujeitos ao ambiente, mas sim, para a formação do ser humano que ultrapasse os limites da vida cotidiana. O que significa compreender e utilizar os conhecimentos como instrumento do pensamento para transformar a realidade e não somente adaptar-se a ela (MUNHOZ; MOURA, 2018a).

Referências

- ALEXANDROV, A. D. Visión general de la matemática. In: ALEXANDROV, A.D. et al. **La matemática: su contenido, método y significados**. Madrid: Alianza Editorial, 2016.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Revisto por Paulo Almeida. Lisboa: Gradiva, 2010.
- DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, SIPEM, 2009.
- GLADCHEFF, A. P.; MOURA, M. O. Formação contínua em matemática na perspectiva da teoria histórico-cultural: o coletivo na formação do pensamento teórico. In: 3^o Congresso Internacional Sobre a Teoria Histórico-Cultural e 15^a Jornada do Núcleo de Ensino de Marília, Marília, São Paulo, 2016.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Tradução de Manuel Dias Duarte. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
- MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. In: **Bolema**, Rio Claro, n. 12, p. 29-43, 1996.
- _____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R.L.L. (org.) **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora UNESP, 2004.
- _____. A dimensão da alfabetização na educação matemática infantil. In: KISHIMOTO, T. M.; OLIVEIRA-FORMOSINHO, J. (Orgs.). **Em busca da pedagogia da infância: pertencer e participar**. Porto Alegre: Penso, 2013.
- MOURA, M. O. (Org) **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.
- MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência e Educação**, Bauru, v.17, n.2, p.435-450, 2011.
- MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.
- MUNHOZ, A. P. G.; MOURA, M. O. Movimento lógico-histórico do conceito na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. In: XIX Encontro de Didática e Práticas de Ensino, Salvador, BA, ENDIPE, 2018a.
- MUNHOZ, A. P. G.; MOURA, M. O. Ações formadoras em atividade de formação contínua com professores que ensinam matemática nos anos iniciais da escolarização: uma iniciativa na perspectiva da teoria histórico-cultural. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. 2018b. No prelo.
- RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BERDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. (orgs) **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista**. Escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SERRÃO, M. I. B.; DAMAZIO, A.; ARAUJO, E. S.; ASBAHR, F. S. F.; ROSA, J. E.; MOURA, M. O. Relações entre educação infantil e conhecimento matemático. In: XVI Encontro de Didática e Práticas de Ensino, Campinas, São Paulo, ENDIPE, 2012.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. O movimento lógico-histórico em atividades de ensino de matemática: unidade dialética entre ensino e aprendizagem. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. Anais, ENEM, 2016.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014. (Série Educação Matemática)

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: LEONTIEV, A. et al. **Psicologia e pedagogia:** bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. Tradução de Rubens Eduardo Frias. São Paulo: Centauro, 2005.

SUMÁRIO

ESTATÍSTICA	1
INTRODUÇÃO AO FASCÍCULO DE ESTATÍSTICA	3
PROCESSO LÓGICO-HISTÓRICO DE ESTATÍSTICA	5
SISTEMA DE CONCEITOS	10
DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE ENSINO	13

ESTATÍSTICA

Núcleo de Ribeirão Preto/SP
Grupo de Pesquisa/ OBEDUC

PARTICIPANTES

Cecília Shirley Cuel Assis

Cláudia Baptista Serra

Danielle Patrícia Silveira de Pádua

Deiziele Dorta Julien

EMEF “Professor Próspero Grisi”

EMEF “Professora Maria José de Oliveira Jacobsen”

Fábia Eliane Landgraf Gonzalez

Karina Daniela Mazzaro de Brito

Luciana Teófilo Santana

Maria Aparecida Miranda

Marília Sardelich Resende

Marilise Moraes de Souza Wohnrath

Prefeitura Municipal de Pirassununga

Priscila de Mattos

Secretaria Municipal de Educação de Pirassununga

Thaís Bonareli de Araujo

Wesley de Souza Lino

Elaine Sampaio Araujo (coordenadora)

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto – USP

Introdução ao fascículo de Estatística

Quando pensamos em Estatística, geralmente nos vêm à mente situações numéricas apresentadas sob a forma de tabelas e gráficos, reproduzidos em artigos de jornais, revistas e noticiários de televisão, como resultados de pesquisas realizadas por determinadas instituições. No Brasil, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e o Instituto Brasileiro de Opinião e Estatística (IBOPE) são exemplos de instituições que realizam pesquisas e levantamentos de informações em diversas áreas do setor público e privado. O IBOPE (2014), citado se apresenta como um instituto que “desenvolve uma série de pesquisas e oferece produtos e serviços variados que ajudam a antecipar tendências e traduzir o sentimento da sociedade diante dos mais diferentes assuntos e situações”¹.

O uso de pesquisas estatísticas, por mostrar-se eficiente, tem sido uma prática muito utilizada por diversos segmentos da sociedade, na tentativa de dinamizar seus serviços. No entanto, apesar da seriedade dos institutos e das empresas que realizam as investigações, compreender efetivamente uma pesquisa estatística ultrapassa a leitura da apresentação dos resultados, visto que o processo e o produto dessa pesquisa podem ter vieses, que vão desde a identificação do fenômeno, da escolha das amostras, do como serão levantados os dados, até a discussão dos resultados.

Pode ser observado que a divulgação numérica de muitos dados nos campos científico, econômico, estatal, etc. é apresentada, geralmente, como resultados de estudos estatísticos. Dentre alguns exemplos, apresentam-se: A Ciência Médica e suas estatísticas de cura, a Educação como reflexo das estatísticas dos resultados de Avaliações Externas e, finalmente, o Setor Público, que realiza estatísticas de opinião, baseadas nas preferências populares.

Diante da relevância que a Estatística vem assumindo nos dias atuais, como professores, devemos nos perguntar: “Para que serve a Estatística?”. Se por um lado esta pergunta parece simples, a análise mais ampla dessa ciência, não a considerando como uma ciência moderna, mas antiga, surgem outras indagações, visto que nos primórdios da civilização a humanidade já a utilizava de modo “instintivo”, dada as necessidades administrativas e do Estado. Os fatos e os fenômenos circundantes à

¹ Fonte: <http://www.ibope.com.br/ptbr/ibope/oquefazemos/Paginas/default.aspx>

vida dos homens possuem um caráter de ordem, de causas, passíveis de observação, de contagens, de comparações.

A observação sistematizada dos fenômenos do “mundo real”, da natureza com suas variações qualitativas e quantitativas, a descoberta de padrões, das suas regulações e causas, transformada em expressões numéricas, ao longo do processo lógico-histórico, ligado ao movimento qualitativo e quantitativo, pelos quais perpassam as necessidades humanas pode trazer à tona outros questionamentos, por sua vez, mais complexos.

Esse movimento na busca de formas para organizar e contabilizar as sociedades, possivelmente revela ou concebe a ciência estatística, pois segundo Engels (1979, p. 42):

A investigação da natureza do movimento tinha, por certo, que partir das formas mais elementares e simples desse movimento, sendo necessário nos esforçarmos por compreendê-las primeiro, para depois conseguirmos algo no que se refere à explicação de suas formas mais elevadas e complexas. Assim é que vemos, no desenvolvimento histórico das ciências naturais, tomar forma, primeiramente, a teoria simples da mudança de lugar, a mecânica não só dos corpos celestes, como os das massas terrestres.

Levantar hipóteses, mediante as observações, selecionar situações equiprováveis, coletar e organizar as frequências, realizar conjecturas, discutir resultados, a princípio de forma empírica e, em seguida, de forma mais processual, científica, fundamenta os conceitos estatísticos. Ao longo deste fascículo, faremos essa discussão.

Pode-se dizer, inicialmente, que a Estatística, assim como a Matemática, se configura como uma ferramenta simbólica que promove o desenvolvimento do pensamento teórico, cujas características principais são a análise, reflexão e ação mental (DAVIDOV, 1982). Todavia é necessário aprofundar essa questão a fim de organizar o ensino de Estatística, de modo que promova, de fato, esta qualidade de pensamento. Por essa razão, será considerado a seguir o movimento lógico-histórico dessa Ciência.

Assumir a Estatística como Ciência, significa considerar que ela possui objeto de estudo e que este tem que ser reproduzido como objeto de ensino para as crianças, dado que estas estão inseridas nos movimentos sociais de suas comunidades, pertencem a eles. Neste sentido, se a criança se apresenta como elemento principal do contexto escolar, e a principal função da escola é promover o ensino e a

aprendizagem para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, segundo os pressupostos vigotsquianos, entendemos que a estatística contribui para tal, dado ao seu, particular, desenvolvimento histórico, como ciência.

Processo Lógico-histórico de Estatística

A discussão acerca da necessidade da Estatística remete a algumas questões fundamentais. Por quem foi criada? Possivelmente podemos atribuí-la ao trabalho do homem, em virtude de suas necessidades, pois:

Unicamente o homem conseguiu imprimir seu sêlo sobre a Natureza, não só trasladando plantas e animais, mas também modificando o aspecto, o clima de seu lugar de habitação; e até transformando plantas e animais em tão elevado grau que as conseqüências só poderão desaparecer com a morte da esfera terrestre (ENGELS, 1979, p.25).

Quando ela surgiu? Por que surgiu? Ainda que não nos aprofundemos nas respostas de tais questões, alguns princípios podem nortear essas discussões. O primordial deles está relacionado à compreensão da Estatística como um processo e concomitantemente produto cultural, produzido pelos homens, o que afasta a ideia da hipótese de intervenção divina nos fatos e na natureza, algo que perdurou fortemente na cultura humana, num determinado momento da sua história.

Algumas dessas concepções continuam enraizadas nos dias atuais. O caso de a chuva ser enviada por São Pedro é um destes casos. Já no século XIX com os avanços científicos baseados na racionalidade e no reducionismo – retomado do Método Cartesiano – O Universo funcionava por meio de imenso mecanismo, como o de um relógio. Um pequeno número de fórmulas era capaz de descrever a realidade e prever eventos futuros.

A não aceitação imediata da intervenção divina foi um fator que dificultou o surgimento da Estatística. Ao longo dos anos, passou-se a considerar que eventos futuros poderiam ser determinados pelos que teriam ocorrido no passado. A Astronomia, a Agronomia e inclusive a Medicina precisaram avançar em suas pesquisas, como base na nova visão de ciências, para aceitar que o que é visto pelos humanos nem sempre é a realidade que está à mostra. Portanto, a realidade não está evidente e a natureza também não se apresenta de modo estático, imutável. Pelo

contrário, as relações que são estabelecidas entre a natureza/homem e homem/natureza são mutáveis, fluídas e constantes. Diante do princípio apresentado, surge um questionamento: a partir de quais conhecimentos podemos entender a dinâmica da natureza? Por entendermos que a Estatísticas se apresenta como uma dessas possibilidades, buscamos em Caraça (1951), a discussão desde aspecto dialético.

O aspecto fundamental que a realidade nos apresenta e aquele, portanto, ao qual se deve prender a razão ao procurar uma explicação racional do mundo, é o estarem constantemente as coisas transformando-se umas nas outras. Morte e vida unem-se, formando um processo único de evolução - o fogo vive a morte do ar e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a terra vive a morte da água - Assim a morte não significa destruição ruína, mas fonte de uma nova vida; a todo o momento a morte actua e a vida surge. Daqui resulta que é impossível, num dado instante, atingir a permanência, a estabilidade seja do que for; tudo flui, tudo devém, a todo momento uma coisa nova - tu não podes descer duas vezes ao mesmo rio, por que novas águas correm sobre ti. Mas, se assim é, as coisas, ao mesmo tempo, são e não são elas próprias, e o mesmo processo de evolução nos atinge - e somos e não somos - transformamo-nos constantemente (CARAÇA, 1951, p. 67).

Ou seja, segundo o mesmo autor, a realidade apresenta dois aspectos: a fluência e a interdependência. Na impossibilidade de estudá-la, em sua totalidade, Para há de se fazer isolados.

Pensar sobre o objeto da Estatística implica em estabelecer uma reflexão no sentido de como ela se constituiu como ciência para entender dialeticamente a realidade, considerando as significações numéricas de possibilidades, arranjos, combinações e probabilidades de ocorrência de determinado fenômeno.

Deste modo, o objeto da Estatística se revela como um método de estudo sobre a ocorrência de determinado fenômeno e seu objetivo é, percebendo suas regularidades ou não, estabelecer previsões e hipóteses estatísticas. Portanto, as atividades de ensino devem contemplar este objetivo. Ou seja, o objeto da ciência Estatística deve ser também o objeto do ensino da Estatística. Todavia, não se trata de uma mera transposição didática, mas da compreensão de que no ensino de Estatística as relações essenciais do objeto precisam ser reproduzidas pelas crianças, de tal forma que a experiência social da humanidade – processo e produto – seja, de fato, apropriada por elas.

As relações essenciais podem ser compreendidas quando entendemos que:

Os objetos e fenômenos do mundo objetivo estão vinculados entre si pelos mais diversos nexos e relações: causais, temporais, espaciais, condicionais, funcionais, correlatos, diretos e indiretos, de unidade, de igualdade, etc. O conhecimento e a generalização destes nexos e relações são uma das funções básicas do pensamento. No pensamento, através dos processos de análises, comparação e síntese, se chegam a conhecer, e logo se generalizam, as qualidades e propriedades comuns e essenciais dos objetos singulares de um ou outro gênero. Como resultado desta atividade mental, o indivíduo obtém um conhecimento generalizado, conceitual, das coisas do mundo material objetivo, adquirindo consciência dos conceitos de coisas, por exemplo: dos metais, dos mamíferos, dos frutos, etc. (SHARDAKOV, 1977, p.9 – tradução nossa).

Deste modo, os conteúdos relacionados à estatística para que produza o desenvolvimento do pensamento teórico, a serem organizados pela escola devem constituir um sistema de conceitos no qual se objetivam as relações essenciais. Quais são elas? No movimento da produção humana podemos destacar quatro delas:

- 1) O movimento de variabilidade de um fenômeno em determinado tempo e espaço;
- 2) Percepção e observação da frequência de um fenômeno;
- 3) Demonstração de regularidades;
- 4) Realização de previsões e possibilidades da ocorrência de um fenômeno.

E como surgiram as relações essenciais?

Sabemos que a Ciência, de modo geral, tem no seu bojo questões que surgiram e foram colocadas ao homem no decorrer da sua história. Algumas respostas foram construídas de acordo com as necessidades sociais. Porém a sistematização da Estatística como Ciência, é algo relativamente novo na história de alguns grupos, especialmente aqueles que se localizam no Ocidente.

Como mencionado anteriormente, o processo e produção do conhecimento estatístico parte da própria realidade, que a todo o momento produz informação. O tratamento dessas informações, considerando suas relações essenciais, envolve ações interdependentes de observação, coleta, organização, análise, interpretação e expressão numérica da variabilidade e/ou da probabilidade de ocorrência de eventos do fenômeno, processo este necessário para realizar previsões e tomar decisões.

Entretanto, este é um percurso que teve uma longa história, como aponta George Ifrah, em sua obra, "Os números" (1997):

Mas essa história não é uma história abstrata e linear como por vezes se imagina, bem incorretamente, a de matemática; a saber: uma sucessão impecável de conceitos encadeados, uns aos outros. É, ao contrário, a história das necessidades e preocupações das culturas e grupos sociais os mais diversos, procurando contar os dias do ano, concluir trocas e transações, enumerar também seus membros, esposas, mortos, bens, rebanhos, soldados perdidos, mesmo seus cativos, procurando por vezes datar a fundação de suas cidades ou uma de suas vitórias. (IFRAH, 1997, p.xvii)

Assim, não se sabe ao certo quando a Estatística foi criada por algumas civilizações, mas o conhecimento estatístico fora produzido para suprir novas necessidades humanas que se apresentaram em relação à variabilidade de quantidades na perspectiva espaço temporal.

A busca pelas compreensões sobre a realidade acerca do controle de quantidades, relacionadas a nascimentos, mortes, rebanhos, ciclos lunares, condições climáticas etc., ou ainda, o registro de outras atividades e serviços que perpassam a vida da maioria dos homens, esteve sempre presente nas relações humanas. Mesmo sem o desenvolvimento de um sistema numérico mais elaborado o homem procurou de algum modo, registrar os fenômenos coletivos. Nas imagens a seguir, da Serra da Capivara - Piauí, embora não se possa precisar a finalidade ou necessidade do registro, pode-se perceber vestígios de representações pictográficas de quantidades. Tais representações, ainda que rudimentares, podem expressar exemplos de recursos gráficos da Estatística, visto que revela, segundo Hogben (1956), a história do pensamento humano nos seus modos diversos de lidar com o mundo, assim podemos pensar que é o homem antigo utilizando seu conhecimento para fazer registros e contemplá-los e o nós reconhecendo-os como dados e representados pictograficamente.

Figura 1: Possível registros estatísticos



Fonte: arquivo do projeto.

Figura 2: Possíveis registros estatísticos



Fonte: arquivo do projeto.

Portanto, ao se pensar em atividades de ensino de Estatística, vale refletir sobre as relações consideradas essenciais para o aprendizado de seus conceitos, os quais serão apresentados no sistema a seguir.

Sistema de Conceitos

Introdução

Ao se considerar a ideia de que pensar estatisticamente requer, pela sua própria finalidade, observação e análise de fenômenos de ordem natural ou produto das ações humanas. Podemos perguntar: seria qualquer observação? Qualquer análise? Ao compreender o conhecimento estatístico em seu movimento lógico-histórico de produção, não podemos restringir a observação à constatação dos fenômenos, nas suas manifestações imediatas, da mesma forma que a análise deve considerar as relações essenciais do fenômeno observado.

Quais os conteúdos e conceitos devem ser ensinados? Por onde começar e por onde ir? Então, como organizar o ensino de Estatística nessa perspectiva?

Para começar a discutir essas questões, faz-se necessário elucidar qual é o nosso entendimento acerca de conceito, conteúdo e de como eles podem se apresentar numa determinada organização de ensino na qual as relações essenciais se manifestem. Nesta perspectiva o **Sistema de Conceitos** se apresenta como um instrumento orientador da organização curricular, na medida em que apresenta os nexos entre a produção histórica do conhecimento (relações essenciais) e os conceitos e conteúdos dela resultantes.

Conteúdos são sistematizações que organizam e direcionam o trabalho escolar, que lhe atribui características concretas e práticas. Não há como entendermos estes dois termos, conceito e conteúdo, de maneira destacada, pois há uma relação entre eles. Relação esta que não se caracteriza pela igualdade, mas sim pela coincidência, garantindo que se sintonizem à intencionalidade do processo educacional.

O que um Sistema de Conceitos difere de um Mapa Conceitual? De uma forma abreviada poderíamos dizer que o Mapa Conceitual comumente consiste na construção de um diagrama que indica a relação hierárquica entre conteúdos, o que pressupõe subordinação entre eles. Já o Sistema de Conceitos não se configura em relações hierárquicas e de subordinação entre eles, mas sim na interdependência que se dá por meio das relações essenciais manifestas no objeto de ensino.

Por isso, responder por qual conteúdo iniciar o ensino passa necessariamente pela situação desencadeadora de ensino. Ela é quem apresenta o movimento lógico-

histórico do conceito e não o conceito em si. Assim, não há um conteúdo mais relevante ou um caminho pré-determinado para as atividades em sala de aula. Isto quem decide é o professor, em coletividade, ao planejar suas atividades de ensino de acordo com sua intencionalidade pedagógica.

Sendo o professor aquele que organiza o ensino, que sabe que seu motivo, o de ensinar, deve coincidir com o do estudante, o de aprender, reconhece que ao estabelecer relações conceituais por meio do que chamamos **Sistema de Conceitos**, tem possibilidades de organizar de forma não fragmentada e linear os conteúdos no interior de um mesmo conceito.

A representação gráfica do Sistema de Conceitos valeu-se das formas geométricas onde se inscrevem os nexos conceituais da Estatística, e as relações de interdependência entre esses nexos deu-se por meio de linhas que os conectam.

Ao visualizarmos o sistema de conceitos proposto para a organização do ensino de Estatística, notamos em um primeiro momento os conceitos que na linguagem Estatística formal são representados pela moda, média, mediana, amostra, população, coleta de dados, gráficos, tabelas e frequência. Estes conceitos se revelam interligados entre si e entre o método da Estatística que são as ações de captar, selecionar, analisar, interpretar e comunicar.

Nesta relação de interdependência não é possível estabelecer um conceito que deve ser, hierarquicamente, a prioridade de ensino no Sistema de Conceitos, pois cada um, ainda que possua sua especificidade, depende do outro para que o método estatístico responda a uma situação apresentada pela necessidade da maioria dos homens.

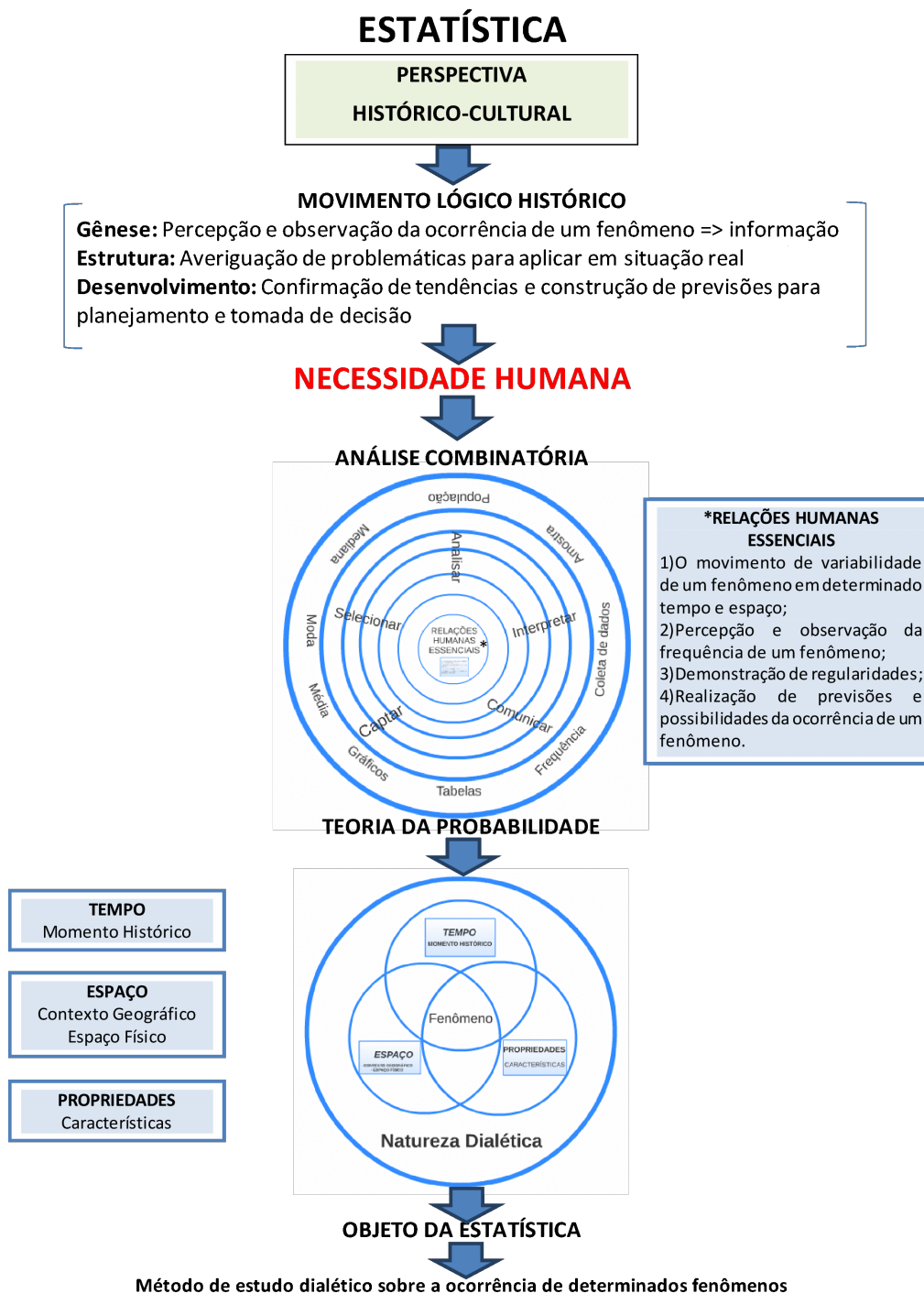
Assim, ao considerar a relação de interdependência entre conceitos e ações do método, compreendemos o fenômeno em sua multiplicidade que é revelada nas relações essenciais. Em outras palavras, “o movimento de variabilidade de um fenômeno em determinado tempo e espaço”; a “percepção e observação da frequência de um fenômeno”; a “demonstração de regularidades”; e a “realização de previsões e possibilidades da ocorrência de um fenômeno”, ainda que não apareçam ao serem visualizadas no primeiro momento, devem estar generalizadas em todos os conceitos do conteúdo Estatístico.

O Sistema de Conceitos apresentado a seguir, apesar de ser uma representação aparentemente estática, busca revelar as relações essenciais generalizadas na

interface entre os conceitos estatísticos e as ações do método, de maneira interdependente e não fragmentada.

Figura 3: Sistemas de conceitos.

SISTEMA DE CONCEITOS



Fonte: arquivo do projeto.

Desenvolvimento da Atividade de Ensino

Para início de conversa

A inclusão da Estatística nas propostas pedagógicas do ensino da Educação Básica vem se tornando uma realidade nas escolas. Os livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental, em geral, contemplam capítulos associados aos conteúdos de Tratamento da Informação, visando adequar o ensino à realidade atual.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (1997) os conhecimentos estão descritos no bloco de conteúdo denominado "Tratamento da Informação", cuja descrição é a seguinte: "Integrarão esse bloco, estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. (...)" (BRASIL, 1997, p. 40).

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, etapa correspondente à nossa proposta, os conteúdos desse bloco aparecem como:

Leitura e interpretação de informações contidas em imagens, coleta e organização de informações, criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas, exploração da função do número como código na organização de informações, interpretação de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida e produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas (BRASIL, 1997, p 52).

Mas será que os conteúdos apresentados nos PCN são suficientes para ultrapassar a ideia de “tratar informações” e apresentar o uso social da estatística? Visto que, compreender informações como dados numéricos surge para atender as necessidades humanas, relativas à compreensão do movimento de variabilidade de um fenômeno, em determinado tempo e espaço.

Razão pela qual há a necessidade de refletir sobre como a Estatística se apresenta aos estudantes nos diversos materiais didáticos.

Até que ponto o bloco de conteúdos, "Tratamento da Informação", contempla a Estatística? O que o professor precisa organizar em termos de situações de aprendizagem, para os alunos no que diz respeito ao ensino de Estatística?

Observamos que os capítulos presentes nos livros didáticos de Matemática estão

relacionados a exercícios com tabelas e gráficos já construídos, muitas vezes de forma equivocada do ponto de vista da construção estatística, e os questionamentos atrelados ao campo numérico do que a resposta à pesquisa estatística. A proposta a seguir foi construída em resposta a estas observações realizadas sobre as inúmeras atividades presentes nos livros de Matemática, destinados aos anos iniciais, considerando as relações essenciais da Estatística.

- O movimento de variabilidade de um fenômeno em determinado tempo e espaço;
- Percepção e observação da frequência de um fenômeno;
- Demonstração de regularidades;
- Realização de previsões e possibilidades da ocorrência de um fenômeno.

Apresentando o problema desencadeador

A apresentação do problema desencadeador dá-se por meio de uma história virtual. Nessa história, que se passa em uma floresta encantada, a personagem do Gigante resolve dar uma grande festa, convidando toda a gente que vive nas diferentes vilas. Ele quer fazer lembrancinhas personalizadas para as meninas, para os meninos e para os adultos, para que todos jamais se esqueçam do grande acontecimento.

A organização intencional da história virtual "O Aniversário do Gigante" desencadeia a seguinte situação-problema: a partir de dados coletados, o Gigante precisa estimar as quantidades adequadas de lembrancinhas para cada grupo de convidados (adultos, meninos e meninas) de maneira a agradar particularmente cada um e não faltar lembrancinha para ninguém.

Esta atividade com a história virtual "O Aniversário do Gigante", visa pôr a criança diante da necessidade de perceber e vivenciar, por meio de uma história virtual, uma situação-problema de controle da variabilidade de um fenômeno, em determinado tempo e espaço. Ao realizá-la, a criança será instigada a realizar previsões e observar a frequência com que ele ocorre, identificando a presença de regularidade.

O desenvolvimento da percepção e compreensão das relações essenciais da Estatística, no contexto da história virtual, acontece nas ações de observação e análise dos dados da regularidade, por meio de instrumentos de coleta e registro. Com as frequências organizadas numericamente surgirá à necessidade de apresentar a comunicação, que se

dará pela construção de tabelas e gráficos. A história virtual pode permitir que a criança vivencie os processos estatísticos de observação, coleta, organização, comunicação e planejamento vinculado ao fenômeno desencadeador de análise.

Conteúdos

Os conteúdos abordados na atividade são:

- Contagem;
- Classificação;
- População e amostras;
- Estimativa;
- Construção e análise de tabelas;
- Construção e análise de gráficos;
- Média;
- Moda;
- Mediana;
- Probabilidade.

Dinâmica do trabalho com a história virtual

Contando a história

Os materiais pedagógicos descritos a seguir são importantes instrumentos mediadores entre a percepção e observação da frequência de um fenômeno e o conhecimento estatístico. E podem contribuir efetivamente para a compreensão do problema desencadeador presente na história, por mobilizar as crianças para a busca da solução do problema.

Para o desenvolvimento da atividade podem ser utilizados:

- Bonecos de papel representando os diversos personagens da história virtual;
- Folhas em branco, lápis e canetas para registros;
- Tabelas feitas pelo próprio professor, com formas organizadas e não organizadas de registro;
- Cola;
- Palito de sorvete;
- Máquina fotográfica e filmadora.

Figura 4: Personagens e suas representações



Fonte: arquivo do projeto.

História Virtual: O Aniversário do Gigante

Depois do aniversário do Menino Verde² e de tanto os seres da floresta falarem sobre a tal animação, o Gigante também resolveu fazer uma festa de aniversário. Ele queria uma festa de arramba, portanto, ninguém poderia ficar de fora! A vontade era tanta, que toda a floresta foi convidada.

A felicidade do Gigante era tão grande que ele decidiu confeccionar lembranças diferentes para os adultos, para os meninos e para as meninas, de forma a agradar particularmente cada um (cada grupo). Mas surge um problema: as vilas da Floresta Encantada eram muito povoadas e ele não conhecia todas as pessoas. Só se lembrava de que no aniversário do Menino Verde havia mais meninos que meninas e os adultos não tinham sido convidados.

O Gigante, percebendo o problema, ficou preocupado. Como estimar a quantidade de lembrancinhas que deverá fazer para as meninas, para os meninos e para os adultos? Pensou ainda que se faltassem lembrancinhas, alguns convidados ficarão tristes e, ele muito envergonhado. Por outro lado, fazer lembrancinhas a mais também não será legal, já que terá que gastar mais dinheiro com um consumo desnecessário.

O Gigante tem um grande problema para resolver e precisa de ajuda. Como poderemos

² História virtual presente no material didático: Fascículo de Geometria e Medidas/GEPEAMI.

ajudá-lo? De que forma?

Solução do problema

A História Virtual "O Aniversário do Gigante", como problema desencadeador, traz uma série de perguntas: O Gigante quer agradar a todos os convidados com lembrancinhas especiais, como ajudá-lo? Como estimar a quantidade aproximada de meninos, meninas e adultos, evitando desperdícios? No aniversário do Menino Verde, foram à festa mais meninos que meninas, e agora? Será que no aniversário do Gigante também haverá mais meninos? E os adultos? Como saber quantos eles são, se no aniversário do Menino Verde não foram convidados?

A seguir, será apresentado de forma detalhada o desenvolvimento das atividades, realizadas com estudantes do 1º ano do Ciclo I do Ensino Fundamental, com ênfase na ação do professor (P), e à apresentação das hipóteses levantadas pelas crianças (C) ao longo dos momentos de trabalho com a História Virtual, expresso por meio do diálogo.

Diálogo 1:

P: Como fazer para ajudar o Gigante saber quantas lembranças confeccionar para meninos, meninas e adultos?

C1: Tem que contar as meninas e tem que contar os meninos.

P: Como fazer?

C2: Ele chama todo mundo.

P: Como conta então?

C2: Vamos fazer uma lista: meninos, meninas e adultos. (Orientou à professora como fazer isso, usando gestos).

C3: Vai colocando o corpo. (Disse, colocando uma ilustração sobre a outra)

C4: Quem ganhou? - Fizeram a contagem e verificaram os totais -

C5: Adulto ganhou!

P: Atenção, não se trata de uma competição! Estamos coletando e quantificando os indivíduos de cada grupo. Vocês querem dizer que há mais adultos, certo?

Figura 5: Contando o número de meninos, adultos e meninas



Fonte: arquivo do projeto.

A intervenção da professora ocorre no sentido de esclarecer que nesse momento estão realizando a coleta de informações e que a contagem, neste caso, é a ferramenta estatística usada para alcançar o objetivo proposto.

Com a intencionalidade de que as crianças observassem a necessidade de fazer o registro das contagens, a professora parou a realização da atividade para retomá-la em outro dia.

Ao retomar a atividade, as crianças afirmaram que havia mais adultos. Porém, ficaram em dúvida quanto às quantidades contadas. A professora, de forma intencional, questionou as crianças sobre o número de adultos quantificados anteriormente e incentivava-as a perceberem que seria necessário terem registrado as contagens naquele momento.

Diálogo 2

P: O que fazer agora?

C: Vamos contar de novo.

A professora questionou as crianças, sobre de que forma iriam proceder.

P: O que fazer para não esquecer?

C: Vamos marcar.

Figura 6: Verificando o número de meninos, adultos e meninas



Fonte: arquivo do projeto.

Em outra aula, continuando o trabalho com a História Virtual, a professora que as crianças só coletaram as informações da Vila do Gigante, ou seja, só conheciam a quantidade de meninas, meninos e adultos de uma única vila. Ela retomou a História Virtual e lembrou que "as vilas da Floresta Encantada eram muito povoadas e ele não conhecia todas as pessoas". Buscando estabelecer a necessidade de coleta de novos dados para a resolução do problema em questão, a professora apresentou os dados das outras vilas, que também participariam da festa.

A intencionalidade sobre a escolha dos instrumentos de registro é necessária nesse estágio da atividade. Nesse sentido, a Professora apresentou outros registros, organizados de formas diferenciadas, de modo a promover conflitos entre as crianças no momento da leitura das informações. É fundamental os alunos perceberem que a ausência de informações ou a desorganização destas no registro, prejudica a análise dos dados.

As crianças fizeram a organização dos dados:

Figura 7: Registro dos dados



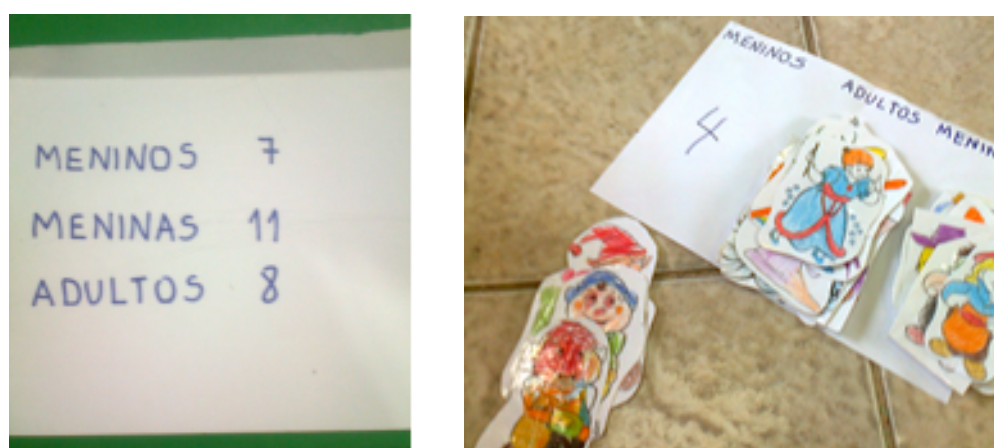
Fonte: arquivo do projeto.

Os registros foram lidos e compreendidos pelos alunos, visto a forma didática da organização das informações.

De maneira a desafiar intencionalmente as crianças, a professora trouxe outros dois modelos de registro. Por tratar-se de uma turma em início de alfabetização, as crianças tiveram dificuldades para ler as informações e buscaram apoio no registro construído inicialmente, onde constavam os nomes dos grupos: meninos, adultos e meninas.

Os registros organizados pelas crianças, a partir desse momento da atividade, foram chamados de tabelas, considerando o salto qualitativo na organização dos dados.

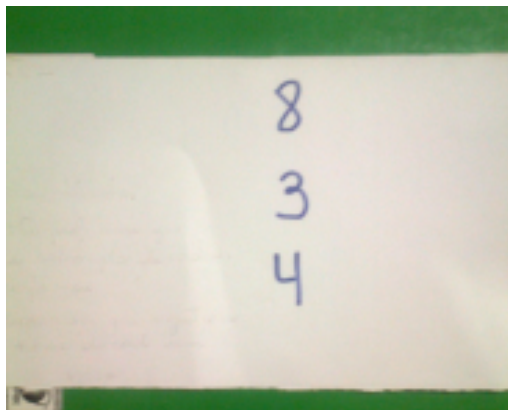
Figura 8: Registro da organização dos dados



Fonte: arquivo do projeto.

O último registro apresentado foi o seguinte:

Figura 9: Registros de apoio



Fonte: arquivo do projeto.

A princípio, as crianças arriscaram alguns palpites e a professora argumentou que a ordem de meninos, meninas e adultos nas tabelas apresentadas não correspondiam à ordem da tabela da Vila do Gigante. Os alunos ficaram confusos, levantaram diversas hipóteses tentando resolver o impasse. Após vivenciar esse conflito, a professora disse que conhecia os dados.

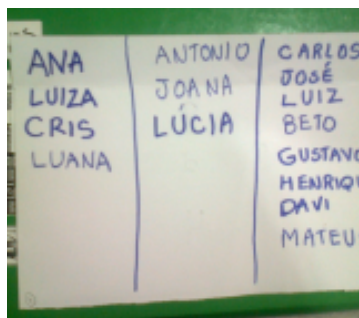
Diálogo 3

P: Como vamos marcar?

C: Vamos anotar os nomes.

Atendendo a solicitação dos alunos, a professora registrou os nomes dos moradores daquela vila:

Figura 10 :Organização dos dados pela professora



ANA	ANTONIO	CARLOS
LUIZA	JOANA	JOSÉ
CRIS	LÚCIA	LUIZ
LUANA		BETO
		GUSTAVO
		HENRIQUE
		DAVI
		MATEU!

Fonte: arquivo do projeto.

Diálogo 4

P: Agora que entendemos todas as informações que nos passaram, precisamos informar ao Gigante, quantos são os seus convidados.

C: Vamos contar?

P: Como?

C: Preciso de mais mãos para me ajudar.

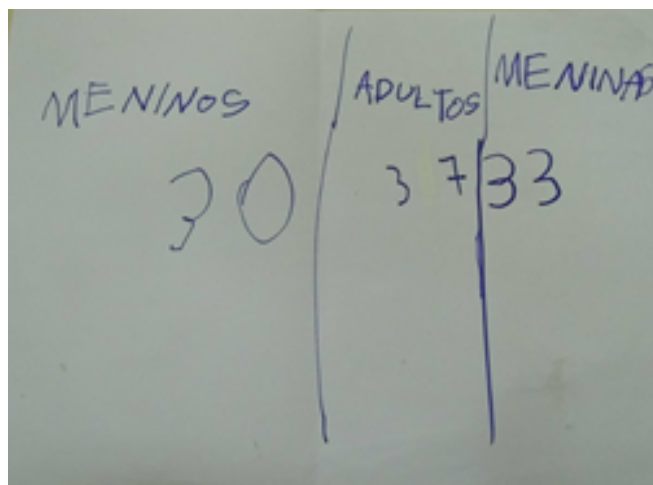
Figura 11: Contagem com as mãos



Fonte: arquivo do projeto.

Ao somar as quantidades, as crianças registraram o total, reproduzindo o modelo de tabela. Concluíram que, dentre os convidados, os adultos estavam em maior quantidade. E, que o número de meninas, era maior que o de meninos.

Figura 12: Anotações gráficas



Fonte: arquivo do projeto.

Como somente a tabela denominada “Vila Verde” trazia título, a professora sugeriu a criação de títulos para as demais.

Diálogo 5

C: Como essa é a Vila Verde, deve ser a vila do Menino Verde, e as outras podem ser: Vila do

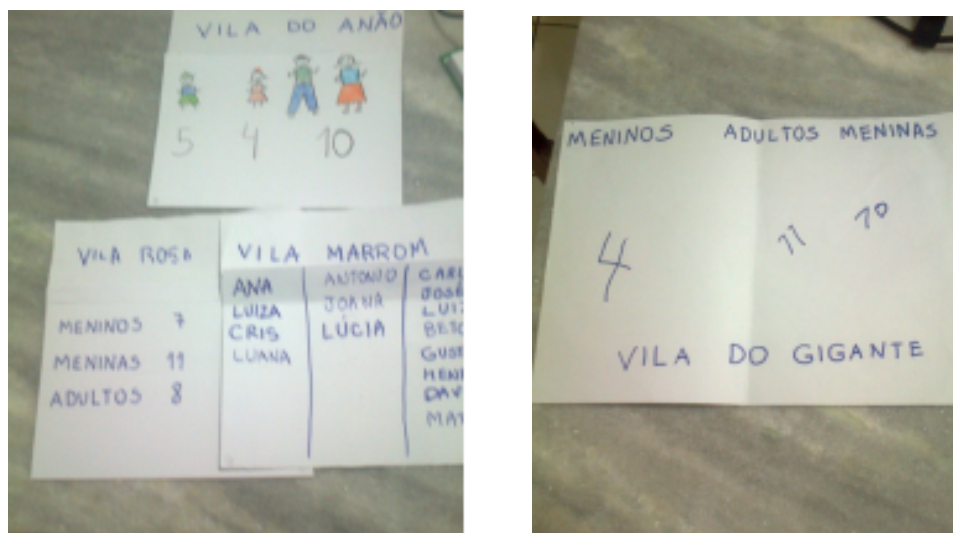
Anão, Vila do Gigante e podemos escolher outras cores³.

P: Ótimo! Vamos nomeá-las então!

Ao atribuir nomes para as tabelas, as crianças estão se apropriando de um aspecto estatístico relevante, ou seja, toda tabela deve ter um título.

³ A criança se remeteu as personagens da História Virtual “Aniversário do Menino Verde”, tratada no Fascículo de Geometria e Medidas.

Figura 13: Intitulando tabelas



Fonte: arquivo do projeto.

Encerrando as atividades nesse dia, a professora enriqueceu o processo de desenvolvimento de algumas significações estatísticas, informando que todos os procedimentos que fizeram até agora fazem parte de um tipo de censo, usado inclusive nos dias de hoje.

Em outra aula, a professora prosseguiu lembrando as ações realizadas até o momento e sugeriu a análise dos dados coletados pelos alunos.

Diálogo 6

P: No aniversário do Menino Verde tinha mais meninos que meninas e agora vimos que há mais meninas. O que pode ter acontecido?

C1: Contando tudo dá isso.

*Nessa colocação vemos a fuga da criança para resolver logo a situação utilizando apenas a contagem e suas ideias matemáticas, sem usar o método estatístico.

C2: Veio gente de outros lugares.

C3: Tinham mudado. A4: Foram viajar.

C5: Estavam de férias.

C6: Nasceram mais meninas.

P: Vocês viram quantas hipóteses vocês têm? Estamos fazendo a análise dos dados que conseguimos, é uma das etapas da Estatística. Todas as suas sugestões podem ter ocorrido, afinal estamos lidando com amostras, que são partes da população.

Dica ao professor:

Procurar totalizar valores bem diferentes entre si, a fim de aumentar a variabilidade.

Comunicando os dados...

A professora provocou as crianças com a seguinte questão:

Diálogo 7

P: Os duendes que irão confeccionar as lembrancinhas não conhecem números, como podemos ajudá-los a entender quantas são de cada?

C1: Vamos juntar pauzinhos!

P: Vamos precisar de muitos pauzinhos e agora que limpamos nossa escola, será que vamos

conseguir tantos? Será que temos algo aqui na sala que pode substituir os pauzinhos?

A2: Podemos usar palitos de churrasco. **P:** Tenho poucos no armário.

C2: Podemos usar os palitos de sorvete que você tem bastante.

Então, observaram a tabela com os registros e separaram as quantidades de palitos correspondentes.

Meninos: 30

Adultos: 37

Meninas: 33

Diálogo 8

P: Como podemos enviar os palitos aos duendes?

C1: Vamos escrever uma cartinha!

P: Boa ideia! Mas os duendes não sabem ler. Como faremos essa carta?

C2: Amarra os palitos.

P: Pode perder.

C1: Faz os pacotinhos, igual aos da casinha. – Ideia de agrupamento de dez em dez, referente ao Sistema Numérico Decimal, trabalhada pela professora com a turma.

P: Ainda assim podemos perder os pacotinhos no caminho.

C2: Podemos colar os palitos.

P: Isso mesmo! Mostre-me como.

Figura 14: Construindo o gráfico



Fonte: arquivo do projeto.

P: Como os duendes saberão quantos meninos, meninas e adultos, só olhando as colagens?

C1: Escreve para ele.

P: Eles não sabem ler.

C2: Manda o Gigante avisar.

P: O Gigante pode se confundir, como nós mesmos já nos confundimos.

C3: Manda uma gravação.

P: Não posso emprestar meu celular.

C4: Já sei, desenha!

Destaca-se novamente outro salto qualitativo no pensamento estatístico das crianças. Inicia-se o processo de construção de representações gráficas.

Figura 15: Análise do gráfico



Fonte: arquivo do projeto.

Após elaborarem o gráfico de colunas, os alunos explicaram à turma como se faz a leitura, realizando a etapa de tratamento da informação.

E a história continua...

A atividade de ensino apresentada é uma forma de organização pedagógica para a apropriação das significações estatísticas, que se caracteriza como forma de aprendizagem tanto para o professor quanto para o aluno. Nós professores ao pensarmos e organizarmos uma atividade de ensino, também nos apropriamos dos conceitos nela presentes e conjeturamos em outras atividades.

Seguem algumas propostas, a partir da história virtual, para o desenvolvimento de outros conceitos estatísticos.

Princípio multiplicativo⁴:

Para a organização do espaço de recepção das Vilas convidadas, o Gigante separou uma mesa vermelha e uma azul e um conjunto de 3 bancos e 3 cadeiras para fazer as simulações das possíveis arrumações. Ele quer deixar o salão mais bonito e **não quer misturar bancos e**

⁴ Atividade realizada em sala de aula.

cadeiras na mesma mesa. Como ele poderá fazer? Quantas maneiras são possíveis?

O professor pode utilizar essa atividade como introdução à sistematização do princípio multiplicativo, que significa trabalhar com todas as possibilidades de um determinado espaço amostral. No caso, as combinações possíveis seriam entre mesas, cadeiras e bancos. O registro pode ser realizado por meio de desenhos, tabelas e descrições.

Em sala de aula

Para o desenvolvimento da atividade, foi apresentado para cada dupla, ou trio de alunos, uma mesa azul, uma mesa vermelha, três bancos e três cadeiras.

Diante da situação apresentada – “determinar as possibilidades de se escolher uma combinação desejada, de um grupo de objetos distintos” (HOGBEN, 1956, p. 225) e utilizando o material didático, as crianças concluíram que seria possível organizar as mesas, bancos e cadeiras de dois jeitos. Como argumento, eles apenas trocavam as mesas de lugar. Esse momento foi registrado por meio de gravação em vídeo.

Figura 16: Material didático



Fonte: arquivo do projeto.

A professora não intencionalmente solicitou que cada grupo fizesse o registro gráfico (desenho).

Figura 17: Registros gráficos



Fonte: arquivo do projeto.

Com o registro gráfico, os alunos notaram que foram feitas quatro combinações “são números que nos informam o número de coisas diferentes que poderemos tirar de um grupo de tantas unidades, quando nos permitem tirar tantas de cada vez” (HOGBEN, p.225, 1956) e, não apenas duas. O que aconteceu é que, no primeiro momento, ao manipular os objetos, as crianças se atentaram nas possibilidades empíricas, apresentadas pelos objetos, por isso responderam que havia duas maneiras de organizar o salão, o que está correto. No momento que foi solicitado a representação gráfica, elas puderam se abstrair dos objetos e apresentaram outras combinações possíveis. Em termos de movimento do pensamento podemos dizer que as crianças tiveram uma primeira ação mental não da maneira como o Gigante poderia arrumar o salão, mas das combinações possíveis, do princípio multiplicativo.

As situações de aprendizagem precisam ser acompanhadas, avaliadas e repensadas pelo professor. Ainda, se faz necessário que sejam retomadas junto aos alunos para que eles também reavaliem suas conclusões e juntamente com o grupo possam elaborar uma síntese coletiva. Vale ressaltar que a manipulação do material nem sempre é suficiente para a compreensão de certo conceito ou ideia. No entanto, como nos afirma Shardakov, há diferentes formas de os estudantes relacionarem imagens e conceitos, sendo uma delas a:

forma de relacionamento entre a imagem e o conceito, os alunos perceberam a imagem em sua totalidade e em partes e determinado a conexão entre as diferentes partes. Ao mesmo tempo, eles assimilaram também a maioria das características dos conceitos, tudo isso de acordo com o sistema adequado. A imagem, ao jogar o papel do apoio visual, apareceu no

pensamento de crianças em idade escolar em estreita correlação com os conceitos, (1977, p. 51, tradução nossa).

Dica ao professor:

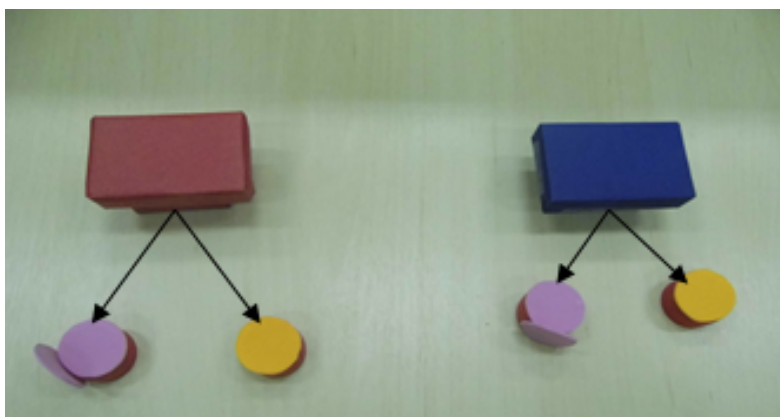
Considerando a resposta dessa criança, em outra atividade seria interessante apresentar uma situação com três fatores, por exemplo, três mesas distintas, independentemente de serem de cores diferentes, e três modelos de assentos. Dessa maneira, seria possível observar o movimento real das crianças ao verificar se todas as condições de agrupamento foram ou não testadas e se a criança está utilizando o princípio multiplicativo ou o aditivo, pois na atividade apresentada isto não foi possível de ser totalmente observado, já que o resultado da adição é equivalente ao da multiplicação ($2+2=4$; $2 \times 2=4$).

Na situação problema desencadeada a sistematização pelo registro gráfico foi o instrumento para que os estudantes compreendessem o total de possibilidades para organização das mesas, cadeiras e bancos.

Para fundamentar e sistematizar, a professora:

1. Construir a árvores de possibilidades.

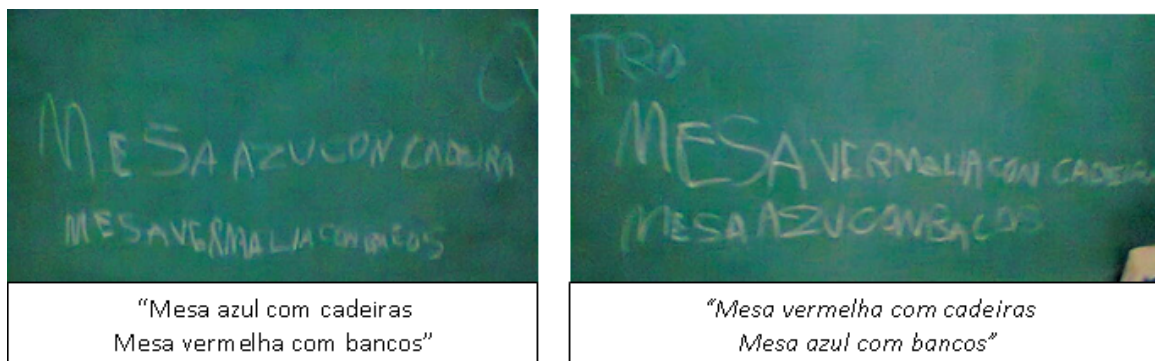
Figura 18: Árvore de possibilidades



Fonte: arquivo do projeto.

2. Realizou, com a participação dos alunos, o registro escrito.

Figura 19 – Registro dos alunos



Fonte: arquivo do projeto.

Dando continuidade à História Virtual, a professora poderá criar situações de aprendizagem dizendo que uma nova vila foi formada na floresta e, dada a proximidade da festa, não será possível ir até lá para contar os convidados de cada grupo. É possível prever quantas lembrancinhas devem ser feitas para contemplar os diferentes grupos, de forma a garantir que não falte para um ou sobre para o outro?

Uma maneira de conduzir a atividade seria trabalhar com os conceitos de **mediana** – “pode ser definida como o valor, **quando colocados em ordem crescente ou decrescente**, das características correspondentes ao indivíduo do meio” (HOGBEN, 1956, p. 704, grifos nossos) e **média** a partir de um problema:

“Tudo na floresta é mágico mesmo! O gigante avisou que surgiu uma nova vila e não há tempo para serem enviados os dados.”

Como podemos prever quantas lembrancinhas deverão ser feitas para cada grupo, aproximadamente, incluindo essa nova vila e sem contar os integrantes?

As informações das outras vilas, já conhecidas por nós, podem nos ajudar a fazer essa previsão? Como? Vamos retomá-las?

Na continuidade podem-se analisar as informações de cada grupo, dividindo a sala em três grupos e solicitando que cada um registre as informações de uma categoria de convidados. O Grupo 1, registrará as quantidades de meninos de cada vila. O Grupo 2, as quantidades de meninas. O Grupo 3, as quantidades de adultos.

Dado o intervalo de tempo para que os alunos consultem as tabelas e registrem os dados, a professora propõe que cada grupo registre na lousa as informações. Para a continuidade da atividade, relataremos apenas a sugestão para a

condução de um grupo. O mesmo processo poderá ser realizado para os dados referentes às meninas e adultos.

Meninos

5 7 4 6 8

- Olhando para os números, qual deve ser o mínimo de lembrancinhas a serem feitas, para que não falte para ninguém?
- E o máximo, a fim de que não sobrem muitas?

O objetivo dessas questões é a reflexão acerca do conceito básico de mediana.

O professor pode registrar as respostas na lousa e deixar propositalmente três espaços entre eles referentes às demais anotações.

4 _____ _____ _____ 8

- Onde colocaremos as demais quantidades? – A ideia é fazê-los perceber a necessidade da ordem crescente ou decrescente.

4 5 6 7 8

- Se fizermos 4 lembrancinhas, o que provavelmente acontecerá? - Levá-los a observar que a chance de virem mais meninos é grande, já que há vilas com 5, 6, 7 e 8 meninos.
- Se fizermos 8, o que provavelmente acontecerá? - Levá-los a observar que a chance de virem menos meninos é grande, já que há vilas com 4, 5, 6 e 7 meninos.
- Olhando para os números, há algum que seja, nem tão grande, para não sobrar e nem tão pequeno, que não nos faça correr o risco de faltar?

As respostas podem ser variadas, então o professor poderá fazer algumas considerações, se necessárias:

- *O 5 está muito próximo do 4, ainda pode faltar!*
- *O 7 está muito próximo do 8, ainda pode sobrar!*
- *Quem está exatamente no meio deles?*

Uma sugestão é riscar os números que não correspondem a mediana.

Exemplo:



O número encontrado chama-se **MEDIANA**.

Para a sua determinação, depois de ordenados os elementos:

- ✓ Se o número de elementos é ímpar, a mediana é o elemento médio.
- ✓ Se o número de elementos é par, a mediana é a metade da soma dos dois elementos médios.

Média

Para o trabalho com Média Aritmética, o professor poderá partir do mesmo problema do surgimento da nova vila, sugerindo a necessidade de se encontrar um número que represente todas as vilas, usando todos os dados, a fim de estimarmos um bom número para a nova vila.

DICA AO PROFESSOR

Para o trabalho com a média, ter o cuidado de escolher valores que resultem em uma média correspondente a um número natural

- Novamente comunicar que deverão utilizar todos os dados das vilas e trabalhar separadamente cada categoria de convidados.

- Escolher um aluno para representar cada vila conhecida e entregar palitos correspondentes à quantidade de meninos de cada uma. Exemplo: Vila Verde = 6 meninos = 6 palitos⁵.
- O professor pode mediar à atividade a partir do diálogo: Precisamos prever a quantidade de meninos da Vila Nova, e a partir dos diferentes números de cada vila, vamos encontrar um MESMO valor, médio, nem tão pequeno quanto o menor e nem tão grande quanto o maior. Como faremos isso?
- O objetivo é possibilitar que cheguem à ideia de divisão. Se houver necessidade, realizar a redistribuição dos palitos entre os alunos que estão representando as vilas.

$$\text{Média} = \frac{6(\text{VilaVerde}) + 7(\text{VilaRosa}) + 8(\text{VilaMarrom}) + 4(\text{VilaDoGigante}) + 5(\text{VilaDoAnão})}{5(\text{NúmeroDeVilas})}$$

$$\text{Média} = 30/5 = 6.$$

Esse número que encontramos recebe o nome de **MÉDIA ARITMÉTICA**.

Lembrete ao professor: Não podemos deixar de entender que as medidas de tendência central, moda, mediana e média aritmética, não são suficientes para dar precisão nas previsões, pois devem ser consideradas as medidas de dispersão, por exemplo, o desvio padrão e a variância.

JOGOS

- a) **Aprendizagem:** Cálculo mental e estimativa.
- b) **Materiais:** Computador com internet ou, Tabuleiro feito com caixa de papelão e bolinhas de gude.

⁵ Recordando o conceito de correspondência termo a termo proposto no Fascículo de Correspondência Um a Um.

c) Número de jogadores: Em duplas.

d) Regras: O jogo pode ser encontrado no site (<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/sjoelbak-428032.shtml>) ou confeccionado com materiais diversos.

O jogador lança 8 bolinhas nas quatro casas de valores 2, 3, 4 e 1 e ao terminar os lançamentos, os dois participantes deverão estimar (antes da contagem) quantos pontos foram feitos. Assim:



- Quem mais se aproximar do valor, recebe os pontos feitos;
- Quem acertar o valor exato, recebe os pontos feitos e 5 pontos de recompensa.

e) Problematizando: Caso os alunos já tenham absoluto domínio do cálculo mental, o jogo pode adquirir novas regras, de acordo com a intencionalidade do professor. Exemplo: Os jogadores recebem mais que 8 bolinhas e se conseguir colocar duas bolinhas em determinada casa deverá duplicar o valor desta e assim, o 2 valerá 4, o 4, valerá 8 e assim por diante.

QUANTO TEM?

a) Aprendizagem: Contagem e Estimativa.

b) Materiais:

- Pote transparente e com tampa;
- Balas, bolinhas, ou outra coleção qualquer com mais de 20 objetos;
- Papéis ou cadernos;
- Lápis coloridos.

c) Número de jogadores: Indeterminado.

d) Regras: Com as crianças sentadas em círculo, pegar um pote fechado com os objetos e passar para que cada um olhe e dê seu palpite sobre quantos objetos tem ao todo. Cada aluno deverá anotar seu palpite.

Após todos olharem, tirar 10 objetos de dentro, contar com a ajuda deles e pedir que olhando esses 10, digam quantos acham que tem ao todo, fazendo uma outra estimativa. (Não esquecer de questioná-los. Ex.: Tem mais ou menos de 10? Quantos a mais? Etc). Colocar tudo de volta dentro do pote, fechar e solicitar que anotem o valor.

Assim que todos terminarem, abrir o pote e contar, com eles, os objetos. Anotar no quadro e ver quem chegou mais perto. Ao final, todos registram o valor correto (exato).

e) Problemático: Conversar com os alunos sobre adivinhar, estimar e em seguida propor que cada um, em casa, faça uma coleção de objetos e traga para a sala para que seus amigos possam estimar a quantidade no seu pote de coleção. Eles podem trocar de pote com os colegas.

BOLAS COLORIDAS

a) Aprendizagem: Probabilidade e análise de dados.

b) Materiais:

- Bolinhas de duas cores
- Saco opaco
- Duas trilhas numeradas de 1 a 10 (riscadas no chão, amarelinhas, etc.).

c) Número de jogadores: Duas equipes.

d) Regras: Num saco de pano opaco, introduzir 10 bolas do mesmo tamanho e de duas cores diferentes, por exemplo, 3 vermelhas e 7 azuis.

Desenhar, no chão, duas trilhas numeradas de 1 a 10.

O 5 é a posição de partida para ambas as equipes. Elas jogam alternadamente e cada jogada consiste em prever a cor da bola que vai ser extraída por um colega que está de olhos vendados. Após cada extração, a bola é repostada. Se a equipe acerta na

previsão, avança uma casa, caso contrário, recua uma casa. Ganha a equipe que primeiro atingir a casa 10. Os alunos devem registrar sucessivas extrações para posterior análise e discussão.

e) Problematizando: Terminado o jogo, os jogadores de cada equipe estimam o número de bolas de cada cor que estavam dentro do saco e conferem com ajuda do professor.

PINTANDO O SETE

a) Aprendizagens: Adição, Combinações, Probabilidade.

b) Materiais:

- Dois dados.
- Grãos de feijão.
- Tabelas para marcar as jogadas.
- Tabuleiro

Jogador A	N ° d o s d a d o s	
1ª jogada		
2ª jogada		
3ª jogada		
4ª jogada		
5ª jogada		
6ª jogada		
7ª jogada		
(...)		

c) Número de Jogadores: Grupos de três alunos.

d) Regras: Cada jogador joga os dois dados, anota a quantidade nas tabelas e soma os pontos. Após o sorteio, marca o resultado no tabuleiro com o grão de feijão.

Quando a soma das fichas for 7, **pinta-se o sete no tabuleiro**. Ganha o jogador que pintar todos os “setes”.

e) Problematizando: O professor deverá enfatizar a ausência do número 1 na tabela, visto que é uma soma impossível. Por meio da análise da tabela o aluno deverá perceber as possibilidades (somadas possíveis) e qual a probabilidade dos eventos favoráveis, para vencer (previsão das combinações que precisa “tirar”).

A partir da análise da tabela, observa-se a frequência dos eventos favoráveis e desfavoráveis: números de combinações sorteadas o maior número de vezes em cada partida.

2	3	4	5	6
8	9	10	11	12
7	7	7	7	7

TABULEIRO

BOTA DE MUITAS LÉGUAS

a) Aprendizagens: Adição na reta numérica, Multiplicação, Combinação, Probabilidade.

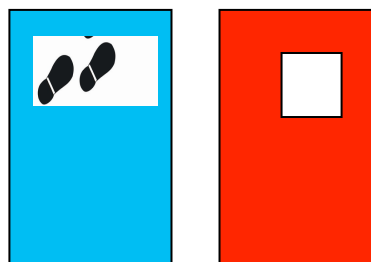
b) Material:

- Tabuleiro (30 casas)

- Dois conjuntos de cartões numerados:

Azuis: Passadas de 1 a 2

Vermelhos: Quantidade de casas de 1 a 5.



c) Número de jogadores: Grupos de 3 ou 4 alunos.

d) Regras: Cada jogador sorteia um cartão de cada tipo e executa o trajeto de acordo com as coordenadas. Exemplo: Uma carta com 2 passadas + Uma carta com 2 casinhas = 2 passadas de 2 casinhas cada = 4 casas. (Ideia da multiplicação).

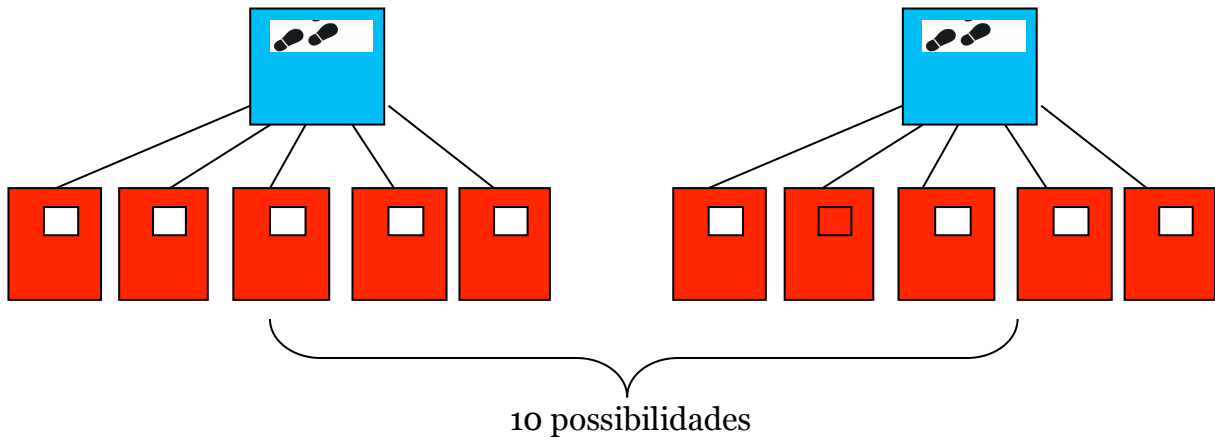
No momento das jogadas os alunos caminham pela trilha, realizando adição na reta numérica. Ganha o jogador que chegar primeiro ao fim da trilha.

e) Problematizando: para finalizar a atividade o professor pode questionar os alunos sobre quais são as formas que eles podem caminhar no tabuleiro, chegando ao conceito de combinatória. Para ilustrar, pode-se construir uma árvore de possibilidades.

Alguns questionamentos podem direcionar esse trabalho:

- Identificação das possibilidades (combinações possíveis)
- Percepção da probabilidade de realizar um menor número de jogadas e chegar antes.
- Análise das tabelas e identificação da frequência das combinações.
- Prever as chances de chegar (vencer) na próxima jogada. Quantas casinhas faltam para chegar e qual/quais os eventos favoráveis (combinação que precisa sortear)?

Árvore de Possibilidades:



1	2	3	4	5	6	7	8					
							9					
							10	11	12	13		
									14			
									15			
									16			
							19	18	17			
							20					30
							21					29
22	23	24	25	26	27	28						

Referências

BRASIL. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática*/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional – Brasília: MEC. SEB. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática* Brasília: MEC; SEF, 1997. 142 p.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 7. ed. Lisboa, Portugal: Gradiva, 2010.

CASTRO, L. S. V. *Pontos de Estatística*. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1967.
DAVÝDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

ENGELS, FRIEDRICH. *A dialética da Natureza*. Editora Paz e Terra, 1979.

HOGBEN, LANCELOT. *Maravilhas da Matemática*. Tradução Paulo Moreira da Silva. 4 ed. Editora Globo, 1956.

IFRAH, G. *História Universal dos Algarismos*. Volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky – Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997 _ 2v.

SHARDAKOV, M. N. *Desarrollo del pensamiento em el escolar*. Editorial Grijalbo, S.A. Mexico, D. F., 1977.