UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Educação

Carina Ribeiro Fraga
Esther Ehlert
Marina Miragaia
Simone Capuano Mascarenhas

Números naturais: introdução, sistemas de numeração

São Paulo
2013

Carina Fraga
Esther Ehlert
Marina Miragaia
Simone Capuano Mascarenhas

Números naturais: introdução, sistemas de numeração

Trabalho apresentado à Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, referente à disciplina Metodologia do Ensino de Matemática (EDM0321), ministrada pelo Prof. Dr. Manoel Orisvaldo de Moura.

São Paulo
Novembro de 2013

Lista de figuras:

Sumário:

Matemática desde Sempre

A história dos números naturais vem desde muito tempo atrás. Como diz George Ifrah (1989, p.26), na pré-história da aritmética já era possível identificar o procedimento da correspondência um a um. Por exemplo, quando se tem quatro cadeiras e cinco pessoas, é fácil indicar se há a mesma quantidade de elementos ou não. Sabemos assim, que cada pessoa corresponde a uma cadeira; ou seja, há menos cadeiras que pessoas. Caso houvesse o mesmo número de cadeiras e pessoas, haveria então, uma situação de equivalência (ou de correspondência biunívoca) entre os elementos.

Este princípio foi o que o homem utilizou na pré-história sem ter consciência do que seria aritmética, do que seria um número abstrato. Para o controle de um rebanho, um pastor utilizaria diversos objetos que corresponderiam a cada carneiro ou a cada determinado grupo. Poderia usar pedras, conchas, marcas em ossos, onde cada unidade equivaleria a uma cabeça, mas a contagem não iria para o campo abstrato. Usaram-se também nós em cordas, pétalas de rosas e muitas outras ferramentas fornecidas pela natureza.

Já a contagem dos dias surgiu em uma aldeia indígena para se marcar a data correta para a realização de determinada cerimônia. Para isso, contava-se a lua e suas fases e o sol. A quantidade de vezes que este último nascia representava os dias. Ao completar um ciclo inteiro lunar, descobriam-se os meses. Para isto, o corpo ganhava marcas a cada dia que se passava, a começar pela lua crescente e finalizando a marcação quando ela desaparecia do céu, na lua minguante. O dedo mindinho era a primeira parte do corpo que recebia marcação, e depois o dedo anelar, e assim por diante. Não só a contagem dos dias pelo sol nem dos meses pela lua eram feitas no corpo, muitas outras coisas se controlava por marcas feitas nele. Com isso, podemos notar que o corpo foi determinante na evolução dos conhecimentos aritméticos dos homens. Ao perceber que os ciclos lunares eram muito similares, com alternância de um dia entre uma fase e outra, entende-se que existe uma sucessão. Percebe-se então, que o método da sucessão observado e desenvolvido por esses indígenas era bastante avançado em relação ao método de correspondência unidade por unidade.

Há registros de que, por superstição, um pastor não enumerava o seu rebanho, mas sempre recitava uma ladainha de sua religião. Ao recitá-la, fazia com que cada palavra equivalesse a uma ovelha. Desta forma, instaurou-se uma ordem de sucessão, já que cada palavra devia ser recitada uma após a outra de maneira que formasse um verso, correspondendo às ovelhas. Essa forma de contagem pode ser observada também na brincadeira das crianças. Ao se utilizarem da separação de sílabas que compõem versinhos, elas determinam papéis nos jogos, quem entra ou quem sai dele, entre outras muitas possibilidades de contagem e seleção.

O corpo, assim como foi muito importante em aldeias indígenas, também teve papel decisivo na evolução da matemática abstrata, já que o homem, ao iniciar uma contagem com seu corpo, chegava à contagem abstrata. Portanto, a etapa da contagem corporal permitiu a evolução mental do ser humano.

A capacidade de contar é um fenômeno exclusivo dos humanos e está ligada ao desenvolvimento de sua inteligência. Segundo Georges Ifrah (1989, p. 45 - 47) há:

> [...] três condições psicológicas para que um homem saiba contar e conceber os números no sentido em que os entendemos:
> - *ele deve ser capaz de atribuir um "lugar" a cada ser que passar diante dele;*
> - *ele deve ser capaz de intervir para introduzir na unidade que passa a lembrança de todas as que a precederam;*
> - *ele deve saber conceber esta sucessão simultaneamente.*
>
> Para permitir um processo decisivo na arte do cálculo abstrato, a compreensão dos números exige então sua "classificação em um sistema de unidades numéricas hierarquizadas que se encaixam consecutivamente umas nas outras". Esta organização dos conceitos numéricos segundo uma ordem de sucessão invariável consiste na ideia que torna os números inteiros verdadeiras coleções de entidades abstratas, obtidas sucessivamente, a partir de "1", por acréscimo suplementar de uma unidade (grifo do autor).

Os dez dedos que temos nas mãos é o que nos permite começar a aprender a contar.

Começamos com o aspecto cardinal e depois evoluímos para a contagem ordinal. Ou seja, primeiramente contamos um dedo, dois dedos, três dedos, e assim por diante, que é baseado no princípio da equiparação. Já o aspecto ordinal, como o próprio nome aponta, mostra ordem, sucessão, processo de agrupamento. Então, a contagem dos dedos neste aspecto ficaria "primeiro dedo, segundo dedo, terceiro dedo…". Para Ifrah (1989, p. 51), "A mão do homem se apresenta, assim, como a 'máquina de contar' mais simples a mais natural que existe. E é por isso que ela exercerá um papel considerável na gênese do nosso sistema de numeração…".

Assim que o homem teve acesso aos números abstratos e entrou em contato com os diferentes aspectos cardinal e ordinal, surgiu a necessidade de contar quantidades maiores que do que era possível apenas com o corpo, com cordas, com pedras. Era preciso que números elevados fossem representados pela menor quantidade de símbolos possível, já que seria muito difícil, ou até impossível, criar, por exemplo, 100 símbolos diferentes e que tivessem que ser decorados.

Nos países de línguas indo-europeias, semíticas ou mongólicas, há uma solução para a questão acima posta: a base decimal. Desta forma, como conhecemos, há dez símbolos de nomes individuais (zero, um, dois… oito, nove). Com a base decimal, “Os nove primeiros são as ‘unidades da primeira ordem decimal’, e o último constitui a ‘base’ do sistema, que marca uma ‘unidade da segunda ordem’” (IFRAH, Georges, 1989, p. 54).

Quando se quer designar um número maior que dez, acrescenta-se a este uma unidade. Portanto, onze equivale a uma dezena e uma unidade, doze a uma dezena e duas unidades, trinta a três dezenas e zero unidades. Caso o número das dezenas é igual ou maior que dez, faz-se feixes de dez para se obter as centenas. 200 seriam duas centenas zero dezenas e zero unidades, 300, três centenas, zero dezenas e zero unidades. E assim acontece sucessivamente com o 1000, 10000, etc.

A base dez possui uma longa história e se mantém como a mais utilizada, tendo uma adoção quase universal. O porquê da numeração na base decimal e não na base sete, por exemplo, que é um número primo, é bem simples: temos cinco dedos em cada mão que somados, são dez. Como percebemos, o corpo teve um papel definitivo para a evolução do pensamento matemático do ser humano e a contagem abstrata se iniciou a partir dele. Se tivéssemos sete dedos em cada mão, a base do sistema de enumeração seria quatorze. Podemos dizer, portanto, que foi a nossa natureza que determinou a base do nosso sistema.

Contudo, há civilizações que não usam a base decimal em seu sistema de numeração. Há um povo que agrupa os feixes em cinco, utilizando-se só de uma mão para aprender a contar. Outros adotaram a base vintesimal, tendo as duas mãos e os dois pés como referência de nomenclatura e contagem.

Já a base duodecimal já foi muito difundida e ainda temos resquícios dela em nossa sociedade, como exemplo a dúzia de bananas ou a grosa (dúzia de dúzias) de ovos. O dia era dividido em doze partes, o zodíaco também. Usava-se, até pouco tempo atrás, a medida de comprimentos de pé, que equivaliam a doze polegadas, uma polegada a doze linhas, uma linha a doze pontos. A origem desta base não é conhecida com precisão, mas, possivelmente venha da contagem das falanges dos quatro dedos pelo polegar. Por fim, a unidade de contagem com base sexagesimal também existiu e não se tem conhecimento de como ela surgiu. Há resquícios dela na nossa sociedade como a contagem das horas, dos minutos e dos segundos, assim como os ângulos em graus.

Importância da temática no ensino de Matemática

Vimos na seção anterior que a contagem surgiu pela necessidade de contabilizar que foi aumentando conforme as sociedades foram se tornando mais complexas. Seu surgimento indica a importância de estudar os números naturais, pois demonstra como estes são necessários a nossa vida.

Desde que a sociedade se baseava em coleta de frutas e criação de animais, a contagem passou a ser necessária para saber a quantidade de comida disponível, ainda mais em áreas em que o estoque de provisões era utilizado durante o inverno. Hoje, praticamente tudo é contabilizado. Precisamos da matemática para pensar o tempo, seja ele em horas e minutos ou em dias e meses, precisamos dela nas nossas relações de compra e venda e até mesmo na cozinha, ao preparar alimentos.

E é fácil notar que geralmente nessas situações, nos utilizamos dos números mais simples, dos números que surgiram a partir da contagem de objetos naturais, do conjunto de números naturais. Conjunto este representado pela letra maiúscula N e infinito:

$$\boxed{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}}$$

O zero, apesar de estar no conjunto, não surge da mesma forma, mas está presente, pois "[...] tem as mesmas propriedades algébricas que os números naturais. Na verdade, o zero foi criado pelos hindus na montagem do sistema posicional de numeração para suprir a deficiência de algo nulo" (Ensino Fundamental: números naturais – 1ª parte).

Atualmente, este conteúdo é tratado na escola desde muito cedo, pois, por mais que não estudemos os números naturais e demais conjuntos, as operações aprendidas durante todo o Ensino Fundamental se utilizam destes números, assim como de outros. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, são parte dos conteúdos relacionados a números e operações as:

> [...] diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar – números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais.

> [...] Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito (BRASIL, 1997, p. 39).

Sabemos, portanto, que os números naturais são conteúdos que permeiam toda a educação básica, de maneira espiralada, pois a cada vez que a temática é revisitada, esta é aprofundada (DEWEY, 1980). Isso ocorre da mesma forma com as operações, que não só se tornam mais numerosas e intricadas – soma, subtração, multiplicação e divisão –, ainda mais com a inserção de novos números, como negativo e decimais.

Novamente de acordo com os mesmo parâmetros, os objetivos do ensino de matemática na mesma etapa da educação são:

> Identificar os *conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta* e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
> *Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles*, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); *selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente*;
> *Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos*, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> *Comunicar-se matematicamente*, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
> Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
> Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1997, p. 37, grifo nosso).

A partir dos trechos destacados acima, podemos perceber seu enlace com o surgimento da representação numérica e da contagem nos trechos destacados acima, reforçando, assim a importância de seu domínio, no passado e na atualidade.

Materiais Didáticos

Analisamos o livro de Matemática do quarto ano da Editora Moderna (2009), feito por Imenes, Lellis e Milani. No quarto capítulo já é inserida a temática dos sistemas de numeração, explicando que os números surgiram provavelmente quando nossos antepassados passaram a criar animais e cultivar as terras.

Primeiramente eram usadas marcas em ossos para fazer a contagem. Um dos mais antigos sistemas de numeração é o dos egípcios, logo após veio o dos romanos. Os humanos inventaram diversas representações até chegar ao sistema que usamos atualmente.

Após explicar como funciona o sistema de numeração, os autores já falam das unidades, dezenas e centenas com exercícios utilizando o material dourado, o ábaco, cédulas e moedas. É interessante que os autores já introduziram o conceito de dias meses e anos, explicando como funcionam as fases da lua.

Nos exercícios, as figuras das crianças abrangem as diversas etnias. A explicação de como funciona a adição e a subtração é bem sucinta e logo após já vem uma lista de exercícios. O mesmo ocorre com a multiplicação e a divisão. A linguagem do livro é simples e possui bastantes imagens, o que facilita o entendimento. Mas, a parte das operações possui certa deficiência, com falta de explicações mais detalhadas.

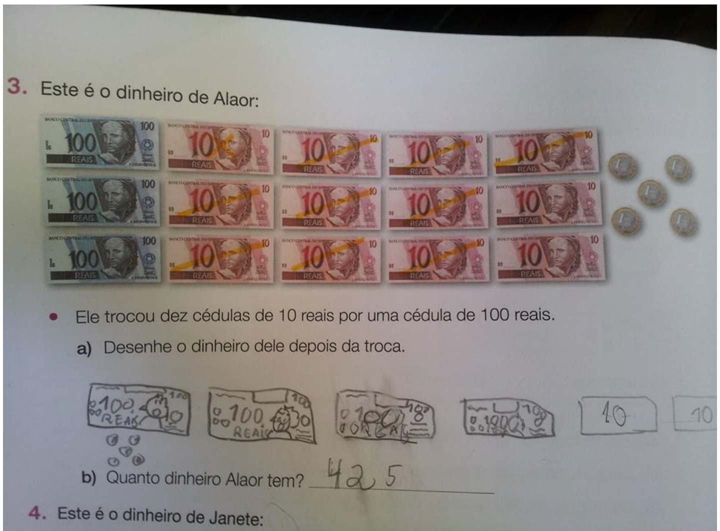


Figura 1 - Atividade envolvendo dinheiro, retirada do livro de Imenes, Lellis & Milani.

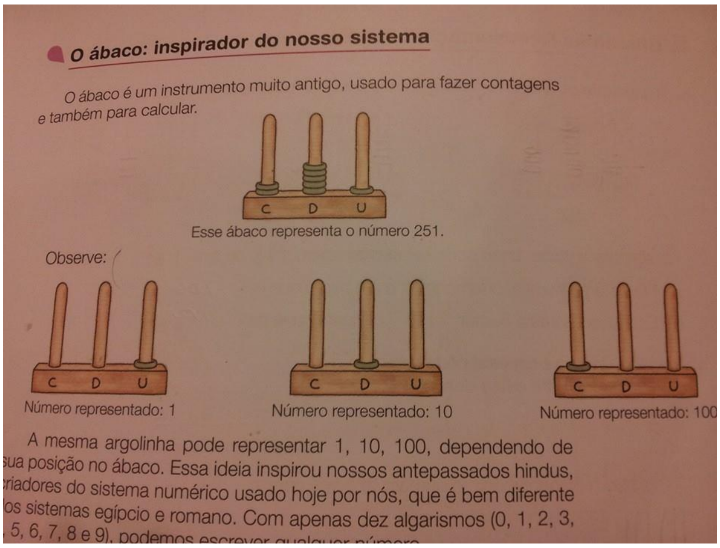


Figura 2 – Explicação sobre a utilização do ábaco, retirada do livro de Imenes, Lellis & Milani.

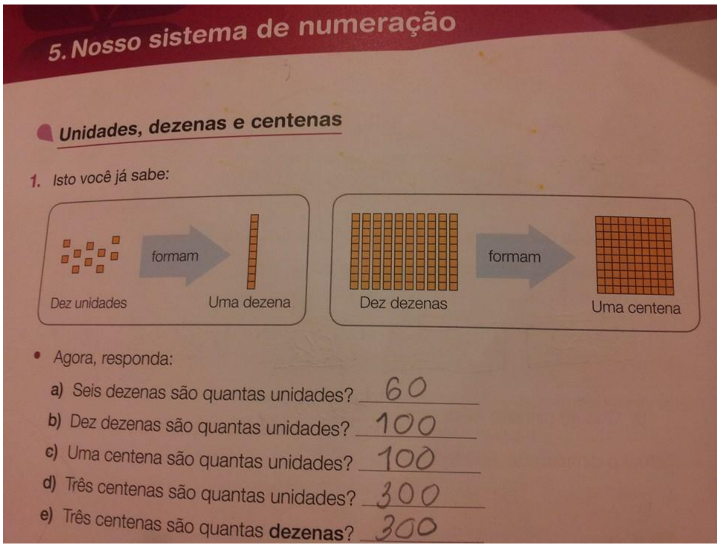
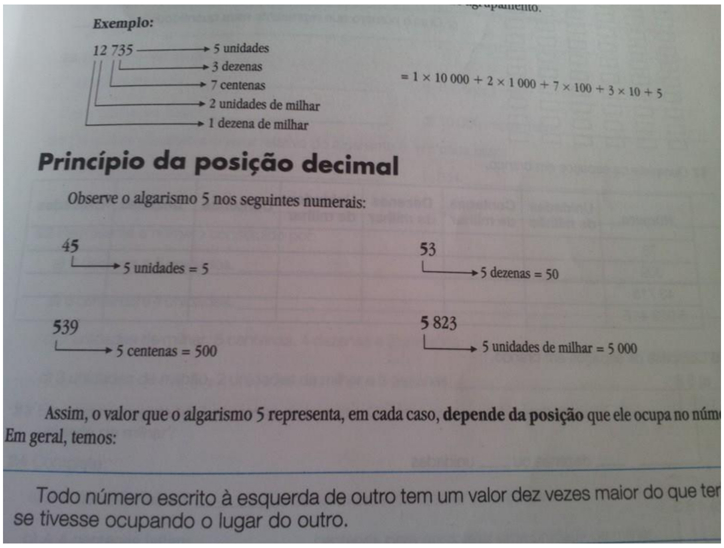


Figura 3 – Atividade sobre o uso do material dourado, retirada do livro de Imenes, Lellis & Milani.

Já outro livro, "Aprendendo Matemática" (1993) da editora FTD é bem diferente. Há uma breve explicação sobre os números naturais e os diversos numerais: um, dois, três... – números naturais na língua portuguesa; one, two, three... – números naturais na língua inglesa; 1, 2, 3... – símbolos indo-arábicos; I, II, III... – símbolos usados pelos antigos romanos.

As unidades, centenas e dezenas são introduzidas de uma forma bem básica, e não são utilizados recursos como o material dourado. O conceito de antecessor e sucessor é explicado da seguinte forma: *Todo número escrito à esquerda de outro tem um valor dez vezes maior do que teria se tivesse ocupando o lugar do outro* (GIOVANI, 1993, p.11). Em um dos exercícios tem um cheque para a criança preencher. Levamos em consideração também que esse livro é bem mais antigo que o outro e os recursos utilizados são mais simples. O autor enfatiza bem o sistema de numeração romano.

As operações de adição e subtração são apresentadas, novamente, com explicações bem teóricas e sempre seguidas de uma lista de exercícios. O conceito de expressões numéricas é introduzido e apenas no capítulo seguinte a divisão e multiplicação são introduzidas. O livro não possui muitos recursos visuais e acreditamos que não é um livro adequado para crianças pequenas.



Exemplo:

12 735 → 5 unidades
→ 3 dezenas
→ 7 centenas
→ 2 unidades de milhar
→ 1 dezena de milhar

$= 1 \times 10\,000 + 2 \times 1\,000 + 7 \times 100 + 3 \times 10 + 5$

Princípio da posição decimal

Observe o algarismo 5 nos seguintes numerais:

45 → 5 unidades = 5

53 → 5 dezenas = 50

539 → 5 centenas = 500

5 823 → 5 unidades de milhar = 5 000

Assim, o valor que o algarismo 5 representa, em cada caso, **depende da posição** que ele ocupa no núm

Em geral, temos:

Todo número escrito à esquerda de outro tem um valor dez vezes maior do que ter
se tivesse ocupando o lugar do outro.

Figura 2 - Explicação sobre números decimais, encontrada no livro de Giovani.

Análise de possíveis materiais didáticos alternativos e sugestões de aplicação dos mesmos em atividades de ensino

A matemática não é na maioria das vezes a matéria preferida pelos estudantes (GOMÉZ-GRANELL, 1997). Por se tratar de uma ciência exata, que não possibilita diferentes interpretações de resultados, a grande maioria das crianças tem certo repúdio à sua aprendizagem.

Os métodos alternativos para o ensino de matemática foram desenvolvidos com intuito de facilitar e tornar mais lúdica a apresentação e o ensino da matemática. Muitos dos métodos alternativos que conhecemos, porém foram aperfeiçoados ou modificados para se tornarem aplicáveis ao ensino. Um grande exemplo é o ábaco que surgiu com o intuito de facilitar a contagem, entretanto não para seu ensino.

Existe uma infinidade de métodos que podem ser utilizados para o ensino da matemática que fujam apenas do papel e caneta e, que faz com que a aprendizagem dos algoritmos se dê de forma cansativa, sem que o aluno compreenda o que faz e como chega aos resultados. Alguns desses métodos serão exemplificados a seguir.

Métodos

1. **Jogos:** O jogo, não só torna mais divertida a aprendizagem como, quando desenvolvido em grupos ou duplas trabalha também a criança em âmbito social uma vez que junto com os colegas as crianças precisam considerar opiniões, fazer negociações, dar a vez ao outro e saber colocar sua posição no meio de outras expostas.

   1.1. **Dominó:** O dominó consiste em um conjunto de 28 peças retangulares divididas em duas partes, cada uma com indicações numéricas de 0 a 6, por pequenas cavidades ou saliências circulares coloridas, outras vezes com algarismos, ou mesmo por figuras pintadas em número correspondente.

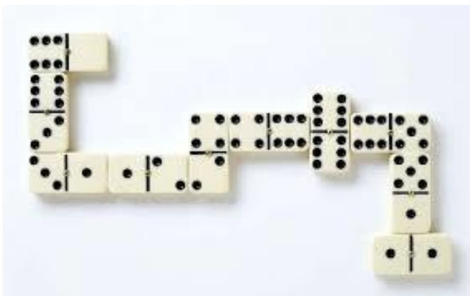


Figura 3 - Dominó

O jogo usual segue uma regra básica exigindo a conexão sucessiva das peças pelas partes com indicações numéricas iguais. A partir do dominó a criança tem contato com os numerais de 1 a 6 e durante o jogo aprende a combinação dos semelhantes, mais tarde conseguindo fazer associação com os números.

1.2. **Bingo:** O bingo facilmente oferece diversão as crianças e é uma atividade que costumam aproveitar. Composto por cartelas com números sortidos e números avulsos para serem sorteados o jogo também pode ser facilmente confeccionado.

Figura 4 - Bingo

Durante o bingo pode-se explorar os números em suas infinidades, pode-se começar com numerais de 1 a 10 para depois passar para 1 a 20 assim sucessivamente conforme o conhecimento da criança com os numerais.

O jogo acontece por meio do sorteio dos números avulsos e a marcação através de caneta ou pela colocação de algum objeto em cima do número, ganha quem completar uma fileira de sua cartela ou quem completar primeiro a cartela, critério que pode ser escolhido pelo professor. Além disso, outra atividade de contagem pode ser feita a partir dos objetos usados para colocar em cima dos números.

1.3. **Baralho:** Jogos como *Mau-Mau* e o *jogo sabonete* trabalham com a apresentação dos números.

Figura 5 - Cartas de baralho

O *Mau-Mau* consiste num jogo onde 5 cartas são distribuídas a cada jogador, após a distribuição a primeira carta a ser descartada na mesa é retirada do topo do monte de cartas que sobraram. Essa carta é considerada como um descarte do primeiro jogador. Após essa jogada, o próximo jogador deve descartas uma carta do mesmo naipe ou mesmo número da carta do jogador anterior. Caso não tenha, deve comprar cartas até encontrar a carta necessária. Ganha quem acabar mais rápido com as cartas.

Jogo sabonete: Jogam dois alunos por vez. Distribuem-se cartas, em duas linhas. Um aluno “compra” da mesa. Vê a carta que pegou. Se por exemplo, pegar o 6, vai contar da carta 1 até a carta 6. Tira a que estava virada para baixo e troca pela que comprou da mesa, no caso, a número 6. E assim, sucessivamente vai trocando as cartas que compra ou pega no "lixo". Quem virar por primeiro as 10 cartas é o vencedor. Obs.: quando não se vira uma carta que já possui em seu tabuleiro descarta-se a carta para o "lixo".

1.4. **Softwares:** Os softwares matemáticos desenvolvidos para o ensino são mais do que apenas uma maneira de aproximação ao mundo em que as crianças estão inseridas hoje. Por meio de computadores, jogos envolvendo problemas matemáticos podem ser apresentados de forma a divertir e elucidar as crianças. Muitos deles podem ser jogados em duplas e grupos, mas também possuem a possibilidade de serem jogados individualmente, algo que os jogos apresentados acima não possuem. É possível também que o professor conecte todos os computadores da sala de informática da escola de maneira que todos possam jogar juntos interagindo com os colegas dentro do próprio jogo.

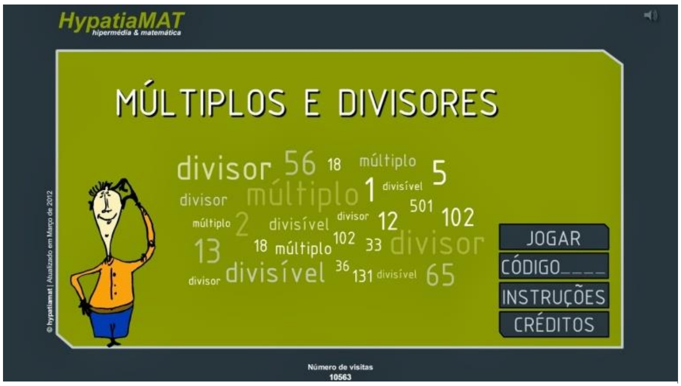


Figura 6 - Exemplo de software matemático

Ex.: Trilha matemática é um Software que consiste numa corrida dentro de um labirinto simples onde para andar o jogador precisa resolver simples equações de matemática, contas de mais e de menos. Os computadores estão conectados de forma que existem vários jogadores na mesma corrida e um chat no jogo possibilita a comunicação entre eles, as telas de jogo são independentes. Ganha aquele que resolver mais rápido as equações e chegar ao fim do labirinto.


Figura 7 - Laboratório de informática sendo utilizado para o ensino de matemática

Quando um jogador ganha, instantaneamente uma mensagem é enviada a todos os outros jogadores e uma nova partida pode ser iniciada.

Não só como brincadeira, muitos softwares servem para ajudar as crianças a visualizar as contas de um problema difícil de maneira colorida e mais interativa. Muitos softwares possuem fácil acesso, muitos sites disponibilizam para download gratuito jogos e problemas matemáticos.

2. **Materiais manipulativos:** Ao contrário dos jogos e softwares estes materiais não possuem intenção lúdica, mas facilitadora da aprendizagem. Tornam mais fácil a percepção de operações e o caminho para o resultado.

2.1. **Material Dourado** → Originalmente conhecido como material de contas, o material dourado foi criado por Maria Montessori e tem por objetivo auxiliar na compreensão do sistema de numeração decimal-posicional e para ajudar na efetuação de operações. Assim como os outros materiais de Montessori, o material dourado estimula também a concentração e desenvolvimento sensório motor.

Figura 8 - Material dourado

O material dourado consiste em pequenas peças de madeira sendo elas: cubinhos soltos representando as unidades; grupos de 10 cubinhos unidos formando as dezenas; grupos de 10 dezenas unidas, formando a centena; um grande cubo com 10 centenas unidas.

2.2. **Ábaco** → Instrumento que foi uma invenção dos chineses para facilitar os cálculos de contas mais complexas. É formado por fios paralelos e contas ou arruelas deslizantes.

Pode ser encontrado em diversas formas, armações abertas ou fechadas. A mais comum para o auxilio no ensino de matemático é o ábaco aberto que consiste em uma base com colunas demarcadas em unidade, dezena, centena, unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar. Nas colunas são colocadas as

Figura 9 - Ábaco aberto

contas que podem ser tiradas e colocadas em colunas diferentes recebendo diferentes valores. Através do ábaco torna-se mais fácil, para a criança a concretização de cálculos e também facilita a localização espacial das casas decimais.

2.3. **Soroban** → Soroban é o nome dado ao ábaco japonês, que consiste em um instrumento de cálculo trazido da china há cerca de quatro séculos. Começou como um simples instrumento onde eram registrados valores e realizadas operações de soma e subtração, posteriormente foram desenvolvidas técnicas de multiplicação e divisão. Seu principal objetivo é realizar contas com rapidez e perfeição e é considerado ótima maneira para desenvolver concentração, memorização, coordenação motora e cálculo mental, pois, ao contrario da calculadora não é o aparelho que faz a conta e sim o praticante.

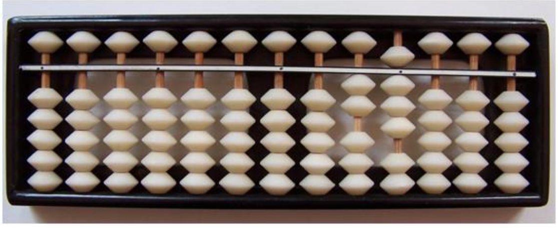


Figura 10 - Soroban

O soroban consiste numa estrutura retangular dividida em duas partes horizontalmente e com vários arames (a quantidade varia) dispostos verticalmente com quatro contas, cada uma valendo 1 (centena, dezena… dependendo da posição), na primeira divisão e uma conta, valendo 5, na segunda divisão. Assim como o Ábaco, possui divisão de casas em centena, dezena e unidade, porém essas casas não são especificadas de maneira a possibilitar a mobilidade das peças permitindo operações com números decimais.

2.4. **Sequência de unidades:** Muito parecido com o ábaco, a sequência de unidades um a nove é um jogo educativo adaptado do sistema milenar de contagem. Tem como objetivo construir quantidades numéricas, desenvolver a noção de quantidade de 1 a 9, a organização espacial, noções de sequência e ordenação horizontal e vertical. A grande diferença que

Figura 11 - Sequência de unidades

possui do ábaco se dá a não divisão de casas decimais, é composto de uma base onde há nove colunas, cada uma contém argolas de cores diferentes distribuídas de acordo com o número que a coluna representa.

Atividades preparadas

Conjuntos, a inserção do 0, conjuntos (in)finitos, antecessor e sucessor, igualdades e desigualdades

1. Quais desses números não pertencem ao conjunto de números naturais N?
   a) 4
   b) 0
   c) 1,5
   d) 98
   e) -10
   f) 100
   g) 2396

Apesar de o número zero não ser de fato um número natural, no sentido de que não tenha surgido a partir da contagem natural de objetos, ele faz parte do conjunto N, uma vez que ele possui as mesmas propriedades algébricas que os números naturais.

2. O conjunto N se inicia em qual número: 0 ou 1? E se encerra aonde?

3. Preencha os espaços em brancos com os números que antecedem (número antecessor) e com os números que sucedem (número sucessor), quando possível:

a) {0, 1, __, 3…}
b) {…, 98, 99, 100, __, 102…}
c) {..., __ ,5, 6 …}
d) {___, 0, 1, 2 …}

4. Indique quais das alternativas indicam conjuntos iguais e quais delas desiguais:

a) {3, 4, 5} e {9:3, 16:4, 15:3}

b) {9, 10, 11} e {99, 100, 111}
c) {20, 21, 22} e {5x4, 7x3, 2x11}

Atividades envolvendo soma de números naturais e suas propriedades

A atividade sugerida a seguir revisa as quatro propriedades da soma de números naturais a serem trabalhadas nessa atividade são: o **fechamento**, que indica que a soma de números naturais sempre será outro número natural; a **associativa**, que se refere a soma de mais de duas parcelas de números naturais, sendo que estes podem ser somados em qualquer ordem obtendo-se o mesmo resultado; o **elemento neutro**, o zero, que quando somado a qualquer número natural, resulta no próprio número natural; e a **comutativa**, que explica como a ordem das parcelas não altera o resultado da soma, ou seja, A+ B = B+A (Ensino Fundamental: números naturais – 1ª parte).

A atividade se baseia na utilização da tabela de adição (abaixo), ou seja, partimos do pressuposto de que este tipo de instrumento já foi trabalhado com os alunos. Esta tabela serve para facilitar pequenas somas, auxiliando o aluno a ativar seu cálculo mental. Para encontrar um resultado, deve-se encontrar a intersecção de uma coluna e de uma linha. O número indicado é a soma dos dois números que iniciam a linha e a coluna. Por exemplo: na tabela abaixo, buscamos a soma de 2 e 4, que resulta em 6:

0	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Figura 12 - Exemplo de tabela de adição

Atividade:

1. Termine de preencher a tabela de adição abaixo:

a)

0	1		3	4	5	6	7	8
1	2	3	4		6		8	9
2		4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6		8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10	11	
	6	7	8	9	10	11	12	13
6	7	8		10		12	13	14
7		9	10	11	12	13		15

Figura 13 - Tabela de adição

b) Calcule, com o auxílio da tabela acima e indicando seu raciocínio na mesma, a soma de 8 e 5.

c) Demonstre, com quatro situações diferentes, que possam ou não ser resolvidas com a tabela, que demonstrem as quatro propriedades da soma, escrevendo, com suas palavras, ao que cada propriedade se refere.

Atividade lúdica envolvendo Multiplicação de números naturais

Na multiplicação existem 3 principais propriedades: 1ª Propriedade cumulativa - Pode trocar–se a ordem dos fatores que o valor do produto não se altera, 4 x 3 = 3 x 4; 2º Propriedade da existência do elemento neutro - Quando um dos fatores é um (1), o produto é igual ao outro fator. A unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação - 5 x 1 = 5, 4 x 1 = 4; 3ª Propriedade da existência do elemento absorvente. Quando um dos fatores é zero, o produto é igual a zero - 4 x 0 = 0 x 4 = 0.

Para exercitar de maneira divertida algumas operações matemáticas reproduza a o dominó abaixo e jogue.

16	5X1	5	3X5	15	9X3	25	1X6	6	8X1	8	5X2
27	4X7	28	7X5	35	6X7	10	3X4	12	2X9	18	10X2
42	9X6	54	6X10	60	9X7	20	6X4	24	5X6	30	4X10
63	8X10	80	9X10	90	5X5	40	1X4	4	3X3	9	8X2

Atividades envolvendo a divisão de números naturais e suas propriedades

Como só foi apresentado o conjunto dos números naturais às crianças, as divisões deverão ser exatas ou com sobras.

Quantas vezes o 4 cabe no 36? 4+4+4+4+4+4+4+4+4=36, ou seja, 4 x 9=36. 36 dividido por 4 é igual a 9.

Utilizaremos o material dourado para o primeiro contato da criança com a divisão, pois é um recurso muito utilizado para trabalhar com a aritmética. Tal método, em primeiro instante, pode parecer complicado, porém ele é um algoritmo convencional que facilita a realização das operações mentalmente.

Por exemplo: 373 dividido por 2. 3 centenas, 7 dezenas e 3 unidades. Ao dividirmos 3 centenas por 2 dá uma centena e sobre uma, a qual será transformada em 10 dezenas ficando assim 17 dezenas (10+7), dividindo por 2 ficarão 8 dezenas e sobrá 1, transformando-a em 10 unidades. 10 unidades mais 2, serão 12 unidades. 12 dividido por 2 fica 6, portanto o resultado final é 186.

1. Utilize o material dourado, e efetue as seguintes divisões:

a) 50:2
b) 150:2
c) 492:2
d) 98:2

Outro modo de realizar a divisão é através de subtrações sucessivas. Por exemplo: 24:4, 24-4=20; 20-4=16; 16-4=12; 12-4=8; 8-4=4; 4-4=0. Tal método é indicado para realizar operações com números pequenos, pois com números grandes será um pouco trabalhoso, e é importante para o entendimento das noções básicas da divisão. É sempre importante lembrar que em certos casos terão sobras. Como por exemplo: 25:3; 25-3=22; 22-3=19; 19-3=16; 16-3=13; 13-3=10; 10-3=7; 7-3=4; 4-3=1, não podemos tirar 3 de 1 pois o número ficará negativo. Portanto 25 dividido por 3 será igual a 8 com 1 sobra, pois realizamos a conta de subtração 8 vezes, e sobrou o 1.

2. Realize as seguintes divisões se utilizando das subtrações sucessivas e indique em quais delas haverá sobra:

a) 25:5
b) 36:5
c) 44:6
d) 50:3

Ao realizar uma divisão, se dividirmos o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o resultado não mudará. Isso facilita ao realizar uma divisão com números muito grandes. Por exemplo: 144:12=12, podemos dividir 144 por 2, será igual a 72, e 12 por 2, será igual a 6, 72:6=12. Se ainda assim o número estiver muito grande, podemos efetuar uma nova divisão, 72 dividido por 2 é igual a 36, 6 dividido por 2 é igual a 3, portanto 36:3=12. Ainda podemos efetuar outra divisão, para simplificar mais ainda. 36 dividido por 3 é igual a 12; 3 dividido por 3 é igual a 1. Portanto, 12:1=12. É uma maneira simples e fácil de descomplicar aquelas enormes contas que só assustam.

3. Simplifique as divisões abaixo e mostre o resultado:

a) 325:25
b) 444:12
c) 150:15
d) 182:14

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – Brasília: MEC/SEF, 1997.

DEWEY, John. A criança e o programa escolar. In: DEWEY, J. **Os Pensadores** – Abril Cultural: 1980.

GIOVANI, José Ruy, 1937 – **Aprendendo matemática**. Parente.- São Paulo: FTD, 1993.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEREBOSKY, A. &TOLCHINSKI, L. (Org,). **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática, 1997.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Jornada de matemática**: orientações. (versão digital), 2007. Retirado de: http://www.slideshare.net/claudiarocosta/jogos-eatividadesdiversasdematemc3a1ticaef

IFRAH, Georges. **Os Números**: A História de uma Grande Invenção. Ed. Globo: 1989

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo; MILANI, Estela. **Conviver**: matemática: ensino fundamental de nove anos. 1. Ed. – São Paulo: Moderna, 2009.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Pró Letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores dos anos/ séries Iniciais do Ensino Fundamental. (Matemática). Brasília, 2007. Retirado de: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf

S/ AUTOR. **A História do Soroban.** Retirado de: http://www.soroban.org/

S/AUTOR. **Ensino Fundamental**: números naturais – 1ª parte. Retirado de: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/naturais/naturais1.htm
Consultado em: 26 de novembro de 2013.

S/ AUTOR. **Materiais Manipulativos.** Retirado de: http://www.ccet.ufrn.br/matematica/lemufrn/Acervo06.html

S/ AUTOR. **Regras Jogo do Sabonete.** Retirado de: http://verinhaalfabetizacao.wordpress.com/2010/04/30/jogo-sabonete/

S/ AUTOR. **Softwares Matemáticos.** Retirado de: http://www.somatematica.com.br/softwares.php