

Universidade de São Paulo

Faculdade de Educação

**Unidade Didática**

**Geometria espacial: figuras não planas**

Prof. Manoel Oriosvaldo de Moura

Beatriz Ferreira de Lima Rocha

Fernando Oliveira da Silva

Tulyo Cesar Martins

São Paulo

2015

Beatriz Ferreira de Lima Rocha

Fernando Oliveira da Silva

Tulyo Cesar Martins

## **Unidade Didática**

### **Geometria espacial: figuras não planas**

Trabalho apresentado à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para composição de nota da disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática.

Prof. Manoel Oriosvaldo de Moura

SÃO PAULO  
2015

Em um velho poema dedicado a Euclides dizia que Euclides, já velho, caminhava na orla de uma praia e com um estilete ia traçando círculos e retas na areia. As ondas apagavam as figuras e Euclides voltava a traça-las, sempre imerso em suas meditações. O poema ainda acrescenta que um menino o observava por trás de uma rocha, fascinado de ver como aquele velho traçava, sem parar, imagens redondas da lua. (ALSINA. 1987. p.13) <sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Todas as referências feitas de ALSINA foram tiradas do LIVRO INVITACION A LA DIDACTICA DE LA GEOMETRIA, em tradução livre.

## Sumário

1. Introdução.....	5
2. O conteúdo matemático: Resgate Histórico .....	6
3. Abordagem didática do conteúdo .....	6
3.1 A geometria nos PCN's .....	7
3.2 Contextualização .....	8
4. Atividades em sala.....	10
4.1 Atividade 1.....	11
4.1 Atividade 2.....	11
4.1 Atividade 3.....	12
4.1 Atividade 4.....	13
4.1 Atividade 5.....	14
4. Considerações finais.....	15
4. Referências bibliográficas .....	16

## **1. INTRODUÇÃO**

O seguinte trabalho tem a intenção de discutir o conceito da geometria não plana e como seu estudo pode ser feito através de uma unidade didática com atividades diversificadas para serem realizadas em sala de aula.

O trabalho inicia-se com uma conceituação histórica da geometria através dos tempos e seu desenvolvimento até os dias atuais.

Prosseguindo para a maneira como o tema da geometria é abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais que serão descritos no trabalho apenas com a sigla PCN. Discutiremos como os Parâmetros estabelecem o que e como da geometria deve ser ensinado e aprendido em sala de aula pelos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental I nos diversos Estados e Municípios brasileiros.

Mas contextualizar este conteúdo a maneira de pensar e aprender utilizadas pelos educadores atualmente também será pensado neste trabalho.

Por fim, é apresentado as propostas de atividades para o ensino da geometria espacial, não plana. Atividades que envolvem os conceitos matemáticos com o conceito de ludicidade e do conhecimento concreto, para que os alunos se apropriem de forma mais profunda do conteúdo exposto.

## 2. O conteúdo Matemático: Resgate Histórico

O Termo “geometria” tem origem grega sendo, *geo* = terra e *metria* = medida. De acordo com Alsina (1987) a necessidade de utilizar a geometria se deu a partir de um conhecimento empírico, principalmente ligado a medição de terrenos (área, volume, perímetro...). Na Grécia é que o gênio de grandes matemáticos lhes deu forma definitiva. Dos gregos anteriores a Euclides, Arquimedes e Apolônio, consta apenas o fragmento de um trabalho de Hipócrates. E o resumo feito por Proclo ao comentar os "Elementos" de Euclides, obra que data do século V a.C., refere-se a Tales de Mileto como o introdutor da Geometria na Grécia, por importação do Egito. Porém foi o livro de Euclides que tornou-se referência por muitos anos, no qual ele não apenas compila os conhecimentos sobre a geometria, mas estrutura o saber em uma forma lógico-dedutiva: noções comuns, axiomas, teoremas... (ALSINA. 1987). Houve um período em que a geometria e a aritmética praticamente se separaram, pois a geometria euclidiana valoriza transformações rígidas e utiliza da linguagem sintética a margem dos cálculos aritméticos, fazendo com que sua aplicabilidade também seja prejudicada.

No sec. XVI percebe-se a necessidade de juntar novamente os cálculos aritméticos com a geometria, para construções e fortificações e foi em *Geometria Analítica* de Descartes que isso se faz de maneira mais efetiva. Com isso vão surgindo novas formas de geometria: diferencial, probabilística, combinatória, não euclidiana, etc. No final do séc. XIX Felix Klein propõe unificar os conceitos ao considerar na geometria o espaço (reta, plano, espaço tridimensional, etc) e as transformações que permitem classificar figuras e os conceitos genuínos de cada geometria seriam aqueles que conservem essas transformações.

De tal maneira a geometria é um estudo que é feito para entender o ambiente que vivemos e como podemos interagir com eles.

O Ambiente, em seu sentido mais amplo, é e sempre será, o princípio e fonte dos estudos geométricos, não só para motivar descrições e modelos, mas, o mais interessante, que com esses resultados podem resultar na transformação da realidade. (ALSINA, 1987. p.28)

### **3. Abordagem Didática do Conteúdo:**

#### **3.1 - A Geometria nos PCN's**

Os PCN's apresentam que o estudo da geometria colabora para o melhor desenvolvimento de um tipo de pensamento que ajuda o educando a compreender melhor o mundo que vive, além disso pode propiciar uma relação da matemática com outros campos de conhecimento:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997)

Além disso, os PCN's propõem, em nosso entendimento, que a Geometria Espacial deva ser introduzida antes da Geometria Plana, pois deve-se partir dos conhecimentos prévios dos educandos, assim como suas interações sociais para introduzir tais conceitos, sendo assim uma forma de analisar o ambiente em que vivem e aplicarem esses conceitos no estudo da Geometria Espacial.

Por vezes, essa concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo inicial da cadeia, tomem-se os chamados fundamentos como ponto de partida. É o que ocorre, por exemplo, quando se privilegiam as noções de “ponto, reta e plano” como referência inicial para o ensino de Geometria ou quando se tomam os “conjuntos” como base para a aprendizagem de números e operações, o que não é, necessariamente, o caminho mais adequado.

Também a importância de se levar em conta o “conhecimento prévio” dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da

criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (BRASIL, 1997)

### 3.2 – Contextualização

Moura et al (2010) apresenta o conceito de aprendizagem na atividade orientadora de ensino a partir da teoria histórico cultural de Vygotsky. Nesse processo, está prevista a internalização de ideias. Concebida pelo fato do sujeito ser capaz de atribuir sentido (processo individual) às descobertas e construções de significados (processo coletivo). Sendo assim, as atividades previstas nas aulas planejadas nesta unidade didática visam o trabalho coletivo como essencial para a construção de conceitos e momentos significativos de aprendizagem.

Machado (2008) apresenta em sua obra, o teórico francês Guy Brousseau que iniciou a teoria das situações didáticas em 1986. Essa teoria tem por premissa um ambiente de adaptação à contradições e desequilíbrios do meio em que o sujeito está inserido. Desta forma, defende a ideia de que é preciso uma situação problema para desequilibrar e confrontar aquilo que já é sabido pelo estudante, para que assim comece o processo de construção de um novo conceito. Essa construção será possível por meio de atividades e desafios propostos.



Figura 1 - Organograma

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) também consideram a importância de considerar como ponto de partida o que já é sabido, os conhecimentos prévios dos sujeitos, pois a partir deles que ocorrerá a mobilização para as novas aprendizagens.

Também a importância de se levar em conta o “conhecimento prévio” dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (BRASIL, 1997)

Assim como foi apresentado por Moura et al (2010) a partir de estudos realizados, para a atividade de aprendizagem acontecer (atividade coletiva), a atividade de ensino (do professor) deve estar bem organizada e sistematizada, visando articular teoria e prática. Halana (2013) também propõe algo que é primordial para o processo de aprendizagem, a intencionalidade pedagógica, característica que move a ação humana.

#### **4. Atividades para sala de aula**

As aulas a seguir foram pensadas para turmas do 3º e 4º anos do Ensino Fundamental I.

É importante que ocorra uma conversa preliminar com alunos a fim de levantar os conhecimentos prévios sobre o tema. Com perguntas como:

**O que é algo tridimensional?** (O que dá para pegar, tem profundidade, "tem fundo", tem lados, etc.)

**Em nosso dia a dia, temos contato com materiais dessa natureza? Quais?**

(Móveis, embalagens, etc.)

**Por que possuem essa forma?** Atentando para a relação: forma-função (para atender as necessidades do homem, exemplo de uma porta de madeira)

**Quais são as características desses materiais ou objetos encontrados em nosso cotidiano?**

Obs.: Entre parênteses estão possíveis respostas a serem dadas pelas crianças e informações para serem trabalhadas com elas.

Em conversa com o grupo, sistematizar, os conhecimentos levantados a partir das perguntas acima.

Após isso, mostrar à turma uma embalagem de creme dental. Questionando se tal objeto corresponde às características dadas pelo grupo. Então, desmontar a embalagem (tornando-a plana), e questioná-los se após esse processo, a embalagem continua sendo tridimensional e correspondendo às características levantadas anteriormente.

Essa etapa tem por objetivo confrontar os conhecimentos já apresentados pelos alunos, para que assim iniciem de forma apropriada a construção do conceito.

Por fim, sistematizar o consenso, construindo o conceito final com a turma.

## **Atividade 1: Os sólidos**

**Duração:** 1 aula (após a introdução ao tema)

**Objetivos pretendidos:** Que ao término da atividade o aluno conheça os sólidos suas formas e nomenclaturas básicas.

**Materiais necessários:** Se necessário, preparar uma apresentação de slides com possíveis imagens para apresentar às crianças objetos do dia a dia que correspondem às figuras não planas. O slide deve conter a ilustração da figura e a correspondência de forma sugerida ao lado.

**Obs.:** Mostrar os slides somente após os exemplos dos alunos. Os slides tem por objetivo repertoriar, dar mais exemplos, e não substituir a participação das crianças.

Para finalizar a aula, realizar uma dinâmica oral. Apresentar às crianças, sólidos de madeira, ou montagens concebidas por meio da planificação em cartolina, por exemplo, e convidá-los para seguinte atividade: para cada sólido apresentado, as crianças devem citar objetos de seu cotidiano que possuam a mesma forma e características. Exemplo:

- Cone – funil, casquinha de sorvete
- Esfera – bola de futebol (Atentar com a turma que depende da bola, sugerir a bola de pingue pongue como uma boa aproximação.)
- Cubo – dado, caixa de presente
- Cilindro – latas de refrigerante, rolos, latas

## **Atividade 2: Vértices, arestas e faces**

**Duração:** 1 aula

**Objetivo pretendido:** Que ao término da atividade o aluno compreende o conceito geométrico de face, vértice, aresta.

**Materiais:** Palitos de churrasco e massinha

Essa atividade tem por objetivo a introdução da nomenclatura dos sólidos e suas características.

Explicar o conceito de faces, vértices e arestas. Em seguida separar os alunos em grupos e pedir para montar pirâmides com os palitos, unindo as arestas com massinha. Acompanhar o processo junto aos grupos afim de auxiliá-los no processo de criação. Observar também a discussão realizada durante a montagem e o uso da nomenclatura.

Com a finalização dos grupos, promover uma discussão com a turma, tendo como objetivo principal a reflexão sobre o processo de montagem, as dificuldades e as impressões dos grupos.

### **Atividade 3: Jogo do Sim e do Não**

**Duração:** 1 aula

**Objetivo pretendido:** Que ao término da atividade o aluno utilize os conceitos aprendidos de maneira mais empírica e não apenas no concreto, que o conteúdo seja fixado através da utilização de estratégias diferentes.

**Materiais necessários:** sólidos geométricos de madeira, ou montados a partir de planificações feitas em papel (cartolina, por exemplo).

#### **Jogo do sim e do não**

*Esse modo de conceber o ensino pressupõe também que seja criada nos estudantes a necessidade de se apropriar de conceitos, o que se concretiza na ação na situação desencadeadora de aprendizagem. (MOURA et al, 2010)*

Separar os alunos em 5 grupos. Distribuir para cada grupo uma caixa com sólidos geométricos de madeira ou montados a partir de planificações feitas com papel. O professor deve escolher um dos sólidos em segredo, sem comunicar aos alunos, deve pedir para que adivinhem por meio de perguntas que serão respondidas apenas com sim, ou, não.

As perguntas devem visar descobrir características que revelem o objeto escolhido previamente pela professora. O professor deve destinar um tempo para que os grupos conversem e elejam perguntas a serem feitas. Exemplos:

Possui vértices?

Tem 6 faces?

Os registros das respostas devem ser feitos na lousa, simultaneamente à participação dos alunos, para que se crie uma "memória" que possa ser consultada ao longo das perguntas realizadas.

Após algumas rodadas, o professor deve lançar o desafio entre grupos. Vencerá o grupo que usar o menor número de perguntas para adivinhar o sólido escolhido previamente.

Posterior às rodadas, o professor deve promover uma discussão com a turma com o objetivo de refletirem sobre as melhores perguntas feitas para a adivinhação. A conversa deverá elencar perguntas precisas para a descoberta de informações essenciais sobre os sólidos.

**OBS.:** Ao fim da aula, o professor deve introduzir a atividade da próxima aula e pedir aos alunos que contribuam trazendo embalagens vazias para a escola.

#### **Atividade 4: Planificação**

**Duração:** 1 aula

**Objetivo pretendido:** Que ao término da atividade o aluno consiga entender os sólidos não apenas já prontos mas como são constituídos e construídos.

**Materiais necessários:** régua, lápis, cola, cartolina e tesoura.

O professor deve dividir a turma em grupos e com as embalagens trazidas pelos alunos pedir que cada grupo escolha uma delas.

Propor então, que cada grupo planifique a embalagem escolhida. Desmonte, copie e tente montá-la novamente. Essa atividade está atrelada à generalização das ideias discutidas durante as aulas e a abstração para a montagem.

O professor deve acompanhar os grupos para auxiliá-los, tirar dúvidas e fazer intervenções sempre que necessário. Atentar também sobre a discussão necessária e o confronto de ideias entre as crianças do mesmo grupo e as sugestões de cada um no momento da planificação.

## **Atividade 5: Oficina de construção de brinquedos**

**Duração:** 1 a 2 aulas.

**Objetivo pretendido:** Que ao término da atividade as formas dos sólidos possam ter sentido e significado no cotidiano do aluno, para que o conteúdo seja retido de maneira ampla e não apenas para o ambiente escolar.

**Materiais necessários:** embalagens, cola, tesoura, durex, régua e tesoura.

Em um primeiro momento apresentar o desenho “Mecanimais”. A proposta para essa atividade é de que os alunos construam brinquedos usando as embalagens que sobraram da última atividade. O objetivo dessa aula é observar e identificar por meio de uma atividade lúdica, o critério de seleção dessa embalagens, tanto para a escolha (ainda na casa das crianças), como na escola, para a construção. E como as crianças estão utilizando os conceitos aprendidos. Atentar para as questões:

Os alunos se apropriaram do conceito?

Consideraram o conceito construído em sala no momento de selecionar as embalagens que levariam para a escola?

No momento da construção, conversaram sobre as formas atentando para a finalidade no brinquedo?

### **Indicadores de avaliação**

- Identificar e reconhecer semelhanças e diferenças entre alguns sólidos;
- Trabalhar em grupo e socializar conhecimento e descobertas;
- Exercitar a capacidade de abstração e pensamento matemático;
- Apropriar-se das ideias discutidas e significados construídos coletivamente.

## **5. Considerações finais**

Ao realizarmos todas as atividades propostas depois de refletirmos sobre o que é a geometria espacial, de onde vem e como pode ser aprendida hoje, espera-se que o trabalho apresentado possa ser uma ferramenta para outros colegas professores, matemáticos e educadores possam também conhecer, refletir, discutir e realizar as atividades nas suas realidades com o propósito de que seus educandos possam se apropriar deste conteúdo matemático que transpassa a sala de aula e é experimentado por nós em muitos aspectos de nossa vida cotidiana.

Esperamos também que os conteúdos da geometria espacial como conteúdo matemático possa contribuir na formação dos alunos para que os mesmos tenham base para os conceitos e utilização futura da geometria em seu percurso acadêmico.

## **Referências bibliográficas**

ALSINA, C.; BURGUÉS, C.; FORTUNY, J.M.; Invitación a la Didáctica de la Geometría. Síntesis. Madrid. 1988.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1997. p. 142.

FREITAS, J.L.M. Teoria das situações didáticas. *In*: MACHADO, S.D.A. Educação Matemática - uma (nova) introdução. Educ, 2008. p. 77-93.

MOURA, M. O et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. *In*: MOURA, M. O. A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural, p.81-109, 2010.

VAZ, H. G. B. A atividade orientadora de ensino como organizadora do trabalho docente em matemática: a experiência do clube matemática na formação de professores dos anos iniciais. Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2013.