

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Faculdade de Educação

UNIDADE DIDÁTICA - NÚMEROS RACIONAIS: representações fracionárias

Pedagogia - Vespertino

Carolina Takaya - 3339726

Caroline Rodrigues da Cunha - 7988102

João Luís de Abreu Vieira - 2904436

São Paulo, janeiro de 2015.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Educação

UNIDADE DIDÁTICA - NÚMEROS RACIONAIS: representações fracionárias

Trabalho apresentado para a conclusão da disciplina
EDM 321 - Metodologia do Ensino de Matemática,
ministrada pelo Professor Doutor Manoel Oriosvaldo de Moura
no curso de Pedagogia da Faculdade de Educação – FEUSP
da Universidade de São Paulo – USP
no ano de 2014.

Sumário

1	Introdução.....	6
2	Números racionais desenvolvimento histórico.....	8
3	Implicações presentes no ensino aprendizagem dos números racionais.....	11
4	Parâmetros curriculares para o ensino de Matemática.....	13
5	Conjunto dos números racionais elementos básicos no desenvolvimento do conceito.	14
5.1	Teoria.....	16
5.2	Representação Q.....	16
5.3	Leitura de frações.....	16
5.4	Tipos de frações.....	17
5.4.1	Fração própria.....	17
5.4.2	Fração imprópria.....	17
5.4.3	Fração aparente.....	17
5.4.4	Fração equivalente.....	18
6	Números mistos.....	18
7	Simplificando.....	18
8	Comparando frações.....	19
9	Operações com números racionais.....	19
9.1	Multiplicação e divisão.....	19
9.2	Potenciação e radiciação.....	19
9.3	Metodologias.....	19
10	Definição de porcentagem.....	20
10.1	Exemplos.....	20

10.1.1 Exemplo 1.....	21
10.1.2 Resolução exemplo 1.....	21
10 1.3 Exemplo 2.....	21
10.1.4 resolução exemplo 2.....	21
11 Atividades sequenciadas.....	24
11.1 Os números racionais e seus significados.....	24
11.1.1 Descrição.....	24
11.1.2 Objetivos.....	24
11.1.3 Conteúdos.....	24
11.2 Atividades Propostas.....	24
11.2.1 Atividade 1.....	24
11.2.2 Objetivo.....	24
11.2.3 Indicação.....	24
11.2.4 Materiais.....	24
11.2.5 Na prática.....	25
11.2.6 Conceitos trabalhados.....	25
11.2.7 Avaliações.....	25
12 Atividade 2.....	26
12.1 Objetivo.....	26
12.2 Indicação.....	26
12.3 materiais.....	26
12.4 Na prática.....	27
12.5 Conceitos trabalhados.....	27
12.6 Avaliação.....	27

13 Atividade 3.....	27
13.1 Objetivo.....	27
13.2 Indicação.....	27
13.3 Na prática.....	28
13.4 Conceitos trabalhados.....	28
13.5 Avaliação.....	28
14 Considerações finais do grupo sobre o trabalho.....	29
Referências.....	31

A presente unidade didática tem por objetivo a apresentação do conceito dos números racionais, suas representações, sua aplicabilidade e maneiras de ensino deste tema no sistema escolar. Depois de conhecer e dominar as regras que envolvem o conjunto dos números naturais e dos números inteiros, bem como as quatro operações aritméticas, as unidades de medida e as noções de agrupamento, chega o momento de os alunos transporem seus conhecimentos e se familiarizarem com outro conjunto numérico: o dos números racionais. Através de atividades propostas pelos professores, eles têm a oportunidade de perceber a limitação de certas operações na resolução de problemas de outra ordem. Assim como se deu na história da humanidade, os sistemas de medida, de comparação e de divisão até então conhecidos mostram-se insuficientes quando se pretende tirar a medida de partes de um inteiro, por exemplo. Está dado aí o pontapé inicial para o estudo das frações. (GÓMEZ – GRANELL, 1997)

Nos primeiros contatos, eles tentam transpor os conhecimentos já adquiridos sobre os números inteiros para esse outro universo, até que se deem conta de que são necessários outros conhecimentos sistematizados para o entendimento do conceito de frações.

De acordo com (CLAUDIA BROITMAN, UNIVERSIDADE NACIONAL DE LA PLATA), isso representa, ao mesmo tempo, um obstáculo - que pode ser vencido com atividades bem conduzidas - e um ponto de apoio para a nova aprendizagem. Nessa etapa, as crianças enfrentam o desafio de descobrir que com os racionais elas podem continuar a fazer as mesmas atividades que desenvolviam com os naturais. Porém, para isso, precisam deixar de lado alguns saberes já construídos para que outros sejam produzidos. Levar os alunos a refletir sobre o que são frações e para que elas servem é um caminho.

As primeiras noções podem ser introduzidas a partir do 2º ano do Ensino Fundamental, em suas formas mais simples, como a divisão de um inteiro e suas partes. O professor pode optar por utilizar receitas culinárias, nas quais aparecem, por exemplo, os ingredientes "2/3 de 1 xícara de farinha" ou "1 e 1/2 copo de leite", para começar a abordagem deste conteúdo, partindo de experiências familiares aos alunos e extraídas de seu cotidiano. Este trabalho tem a intenção de mostrar a importância da aprendizagem dos números racionais no dia-a-dia das crianças, que já entram em contato com esse tema desde cedo em suas atividades diárias, como em compras com os familiares no supermercado ou na feira, dentre outros tantos momentos (LIMA; MOISÉS, 1998).

De acordo com Lima e Moisés (1998), a representação fracionária se aplica a todas as situações da vida em que se tome uma parte de um inteiro qualquer. Por ela passam nexos históricos, geográficos, geométricos, filosóficos, culturais, físicos, químicos, literários, artísticos etc. A fração educa nossa sensibilidade para que possamos ultrapassar e vencer o aleatório e ingressarmos no regular.

Tendo em mente a importância da apropriação dos conceitos para o entendimento e o desenvolvimento de qualquer atividade de aprendizado, abordaremos a história dos números racionais, contando como se deu seu surgimento a partir das necessidades humanas da época e como estes cálculos se aplicam com perfeição até os dias de hoje, com exemplos práticos extraídos do cotidiano de nossos alunos. Em seguida, ao tratarmos das implicações presentes no ensino / aprendizagem dos números racionais reafirmaremos a importância da história para o aprendizado do presente e como o aluno deve ser ator e construtor de seu próprio conhecimento para que o entendimento de conceitos aconteça efetivamente.

Não obstante, vale uma rápida análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, BRASIL, 1997) para o ensino de matemática, que sugerem quais conteúdos devem ser abordados em cada ciclo da educação básica e como esses conteúdos podem ser trabalhados, com foco no ensino dos números racionais.

No tópico "Conjunto dos números racionais - elementos básicos no desenvolvimento do conceito" são mostradas as fórmulas e algoritmos relacionados a este conjunto de números, as diferentes maneiras de representá-los (por letras e números), os tipos de frações, suas operações e a maneira de escrevê-los em forma de porcentagem. A fim de demonstrar de forma prática a aplicação destes conceitos, seguem-se alguns materiais, atividades sequenciadas e propostas de trabalho para alunos do quinto ano do ensino fundamental, de acordo com o que é proposto pelo PCN.

Por fim, apresentaremos as considerações do grupo a respeito do desenvolvimento desta unidade didática, de que forma ela pode colaborar para a formação de professores e no alcance dos objetivos de aprendizagem de seus alunos.

2 Números racionais desenvolvimento histórico

O conceito dos números racionais data de cerca de 3.000 a.C, no Antigo Egito, e surgiu da necessidade de representar partes de um inteiro. Durante os períodos de inundações do Rio Nilo, muitas terras ficavam submersas, recebendo nutrientes e tornando-se férteis para a agricultura. Quando as águas baixavam, era necessário remarcar os limites entre os terrenos de cada proprietário, inclusive para fins econômicos, a fim de permitir a correta arrecadação de impostos. Cercas ou marcos ficavam submersos anualmente durante a época das cheias, exigindo, assim, um método mais abstrato de delimitação. (COSTA, 2010)

Os registros históricos a respeito dos números racionais fazem referência ao faraó Sesóstris, que, segundo o historiador Heródoto teria realizado

[...] a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante. (COSTA, 2010, p.06)

Os agrimensores mencionados no texto acima se utilizavam de cordas que continham uma certa unidade de medida, com o objetivo de determinar a redução do lote. Entretanto, por mais eficientes que este método pudesse ser, dificilmente cabia um número inteiro ou exato de vezes nos limites do lote. Mesmo após uma subdivisão entre dois nós consecutivos, que denotavam medidas inteiras, havia sempre a possibilidade de subdivisões entre nós. Os inteiros revelaram-se insuficientes para expressarem medidas de segmentos menores do que a unidade, dada a dificuldade presente na divisão $m:n$ de números inteiros, que não resulta em um número inteiro. Com o objetivo de superar esse entrave, os antigos egípcios elaboraram o conceito de fração de uma unidade. "A própria palavra 'fração' tem como raiz palavras como 'fratura' e 'fragmento'. (COSTA, 2010, p.09)

A princípio, ainda havia lacunas no que dizia respeito a unificar a notação de fração e na elaboração de numerações bem constituídas, impedindo-os, desta maneira, de construir um sistema coerente para suas unidades de medida. Suas notações foram, durante muito tempo, mal fixadas e inadaptadas às aplicações práticas. As frações não eram consideradas, desde sua origem, como números, nem se concebia a noção de fração geral $m:n$ como m vezes o inverso de n , tal como se entende atualmente. Os egípcios só conheciam as frações denominadas “unitárias” (as de numerador igual a 1), que constituíam sua principal operação aritmética para a divisão. Era indicada graficamente com o número do denominador sobre o qual se colocava

um símbolo matemático específico: um ponto ou uma espécie de olho estilizado (BEKKEN, 1994).

No caso de se escrever o dobro de determinadas frações, não bastava apenas escrever algo do tipo $2/b$. Era necessário expressar tal fração como soma de partes, ou de frações unitárias. Os egípcios produziram extensas tabelas mostrando resultados prontos com transformações de dobros de frações unitárias. (COSTA, 2010, p. 09)

As demais frações, denominadas frações ordinárias, eram representadas por meio de somas de frações.

Com o passar do tempo e o aprimoramento deste conceito para aplicações práticas, ficou claro que as frações se submetiam às mesmas regras que os inteiros e que eram, portanto, assimiláveis aos números. Ao ganhar este status, ocorre uma verdadeira revolução no sistema de medida, e os números, que outrora serviam apenas para recenseamento, tornam-se padrões adaptáveis a diversos outros usos. Daí em diante, não só foi possível comparar duas grandezas, mas também dividi-las em parcelas ou, pelo menos, supô-las divididas em partes iguais de uma grandeza de uma mesma espécie, admitida como padrão.

Assim como os números naturais surgiram da necessidade de contar, os números racionais surgiram da necessidade de medir. E medir nada mais é do que comparar as razões de dois inteiros. Para isso é necessário estabelecer um padrão de comparação para todas as grandezas da mesma espécie, as chamadas unidades de medida (ex.: centímetros ou metros para comprimentos; minutos ou horas para tempo, etc.). Medir, portanto, é determinar quantas vezes a unidade estabelecida cabe no que se quer medir. O resultado desta comparação, que é a medida da grandeza em relação à unidade considerada, deve ser expresso por um número.

No conjunto dos números inteiros existe a impossibilidade da divisão, isto é, neste conjunto nem sempre é possível expressar o resultado de uma medição ou de uma razão. Para resolver esse problema, criou-se um novo conjunto de números, o conjunto dos números racionais (Q), assim denominado por representar a razão entre dois inteiros.

No decorrer da história, outras civilizações foram aprimorando este conceito e deram origem ao que é a representação dos números racionais tal qual a conhecemos hoje e que

engloba todos os algarismos na forma de a/b , com $b \neq 0$, uma vez que a divisão por zero não tem sentido, pois não existe nenhum número que multiplicado por zero seja diferente de 0.

10

Segundo Costa (2010), os babilônios foram os primeiros povos a atribuir às frações uma notação racional, conforme seu sistema de contagem sexagesimal, (cujas frações tinham denominadores iguais a uma potência de 60) e escrevendo-as de maneira semelhante a contagem de horas, minutos e segundos no relógio = + 33;45;33 min 45;60;3600 s h.

De acordo com Bekken (1994), o primeiro uso de frações decimais teve origem entre os povos hindus e árabes, há cerca de 953 d.C. As civilizações ocidentais se apropriaram deste sistema e o levaram para outros países, inclusive para as suas colônias. Graças ao advento das frações decimais, foi possível também a descoberta da numeração decimal de posição no outro sentido, ou seja, depois da vírgula. Tal descoberta foi crucial para a representação de todas as frações, além do desenvolvimento do conceito dos números inteiros como frações particulares, cuja notação não comporta algarismos após à vírgula.

A aritmética comercial dos séculos XV e XVI deu origem ao termo "por cento, ou "para toda centena", para frações com denominador 100. Isso se deu por ser comum citar taxas de juros em centésimos. O que também cooperou para tal costume foi o fato dos Estados Unidos possuírem um sistema monetário baseado em dólares e centavos (centésimos de dólares). Com isso, o símbolo de porcentagem também se consolidou através dos séculos, começando com uma abreviação à mão para "por 100", depois para "por 0/0" [...] e finalmente para "%" (COSTA, 2010, p.15).

A palavra porcentagem (do latim *per centum*, significando "por cento", "a cada centena") apresenta ligações estreitas com a ideia de fração, uma vez que diz respeito a uma medida de razão com base 100. Sendo parte de um todo, a porcentagem é, portanto, uma fração, um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre dois valores a partir de uma fração cujo denominador é 100, é dividir um número por 100.

A porcentagem representa uma parte importante das frações decimais.

De fato, uma primeira vantagem seria em relação à rapidez do cálculo com as operações de adição e subtração utilizando decimais. Outra vantagem evidente é quando se realiza a comparação entre duas frações. Assim, é muito mais vantajoso quando se utiliza a forma decimal e quando esta possui pelo menos a unidade, no caso da comparação. Para as que não possuem, então é preciso prestar atenção à parte decimal ou ao período da fração. Ainda concernente à adição e subtração, no caso de dízimas periódicas que exigem troca de ordens (por exemplo, centésimos para décimos), seria melhor a transformação do decimal em fração na forma a/b . Em relação às desvantagens do uso de decimais, uma primeira seria concernente às operações de multiplicação e divisão, devido à agilidade com que se efetua tais algoritmos utilizando a forma a/b . (COSTA, 2010, p.16)

Conhecer a história dos números racionais a partir das necessidades que levaram à sua elaboração e suas primeiras aplicações práticas é essencial para a compreensão deste conceito

11

e para transpormos esta aplicabilidade para o contexto em que vivemos. Desta maneira, o ensino dos números racionais nas instituições escolares não deve ignorar a raiz e a formação do conceito, apresentando apenas as fórmulas prontas, se se pretende que os alunos possam realmente converter esta lição em aprendizado. (MOURA, 2001)

3 Implicações presentes no ensino / aprendizagem dos números racionais

A necessidade prática do homem em relação à utilização da fração está presente tanto na origem histórica do seu conceito quanto na escolha deste conceito e de sua aplicação como conteúdo do currículo de matemática nas escolas.

De acordo com o que sugerem os Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino dos números racionais no sistema de ensino brasileiro, como uma unidade didática, da qual o conteúdo de frações faz parte, é trabalhado inicialmente no 5º ano, e de maneira mais aprofundada, no 6º ano do Ensino Fundamental. Porém, de acordo com dados obtidos na pesquisa de Perlin (2014), que analisou a formação de professores e sua relação com o ensino de frações, as primeiras noções relativas aos números fracionários, como a divisão de um inteiro em partes iguais e as noções de medida, podem ser introduzidas a partir do 2º ou 3º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, a autora verificou que ainda não estão claras para uma grande parte dos professores brasileiros as relações entre os conceitos que envolvem os números racionais e as representações fracionárias e os números decimais, por exemplo, e que a maioria deles não reconhece que as frações e os números decimais são representações de um mesmo número racional. Muitos professores apontaram a dificuldade no ensino/aprendizagem da unidade didática dos números racionais pelo fato de que a abordagem do tema se dá principalmente por representações demasiado abstratas e que, ao contrário, deveria se pautar essencialmente pela aplicação concreta desta representação, muito embora ainda defendam a abordagem deste conteúdo a partir do 1º ano do Ensino Fundamental.

Outros autores chamaram a atenção para esta problemática. Moura (2001) aponta os muitos equívocos decorrentes da maneira como aprendemos matemática nas escolas, com acesso apenas ao conhecimento pronto, o que nos faz esquecer de que este conhecimento, um dia, foi uma necessidade que motivou a elaboração e apropriação de conceitos através dos

12

séculos e que, por estarem sendo ainda utilizados, continuam a ser situações-problemas solucionáveis com o uso da matemática.

Os conteúdos matemáticos que fazem parte do currículo escolar “são aqueles que permaneceram como patrimônio cultural porque, de algum modo, contribuem para a solução de problemas ainda relevantes para o convívio social” (MOURA, 2001, p. 148).

Pensando no ensino como uma atividade dotada de significados que irão produzir outros novos significados, Lopes (2009) destaca a importância da organização do ensino como determinante para a qualidade da aprendizagem. O processo educativo deve se converter em atividade de estudo para o aluno e em atividade de trabalho para o professor.

Uma forma de organização do ensino é proposta por Moura [(1996)] como Atividade Orientadora de Ensino – AOE. Nela, professor e aluno tem papéis bem definidos, mas cabe ao professor a intencionalidade de sua organização cuja finalidade é a apropriação da cultura produzida historicamente pela humanidade por parte do aluno na forma de conteúdos escolares. (PERLIN, 2014, p. 78)

Moura (1996a, p. 19) define a atividade orientadora de ensino, com base na teoria da atividade psicológica soviética de Leontiev, como “o conjunto articulado da intencionalidade do educador que lançará mão de instrumentos e de estratégias que lhe permitirão uma maior aproximação entre sujeitos e o objeto de conhecimento”.

[...] a ação primeira do educador é transformar o ensino em atividade significativa. E fazer isto é dar a oportunidade para que o aluno tome a ação de aprender como uma necessidade para integrar e ter acesso a novos conhecimentos. E mais: que a criança ou aprendiz perceba o conhecimento como uma referência no processo de humanização, cujo passo inicial é a compreensão dos conjuntos de saberes produzidos como patrimônio da humanidade (MOURA, 1996a, p.34).

A escola é entendida hoje, principalmente após as contribuições da teoria histórico-cultural para o campo da educação, como uma instituição social privilegiada para a apropriação dos conhecimentos historicamente construídos pela humanidade.

Embora esta atividade seja coletiva, é o professor que indica a direção na qual a atividade de ensino será conduzida, respeitando a individualidade de cada um dos sujeitos envolvidos e definindo o objetivo de formação como problema coletivo, de modo que o estudante se aproprie do conhecimento por meio da busca da solução deste problema (PERLIN, 2014, p. 79).

13

Perlin (2014) afirma serem necessárias estratégias que orientem professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na formação de conhecimentos matemáticos, o que lhes possibilitaria a ampliação de instrumentos para planejar e elaborar situações didáticas que “promovam a manifestação e o desenvolvimento de ideias matemáticas de forma adequada aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental” (CAMEJO et al, 2009, p. 4).

“A atividade orientadora de ensino pode ser considerada como base teórico-metodológica para a organização do ensino” (NASCIMENTO, 2010, p. 91) e se desenvolve a partir de três momentos que objetivam a aproximação entre a organização do ensino do professor e a organização lógico-histórica do conceito a ser trabalhado. São eles: a *síntese histórica do conceito*, que exige momentos de estudo por parte do professor acerca da origem do conceito matemático no percurso da história; o *problema desencadeador de aprendizagem*, que contém em sua essência a mesma necessidade humana que deu origem a estes conceitos e é apresentado por meio de uma situação desencadeadora de aprendizagem, que consiste em motivar o aluno a resolver um problema cuja solução se aproxime da síntese do conceito matemático historicamente construído; e a *síntese da solução coletiva*, quando os alunos encontram juntos a solução para o problema desencadeador. Na AOE a avaliação acontece de maneira formativa, possibilitando ao professor a regulação do processo educativo. (MOURA, 2001)

4 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino de Matemática (PCN) tratam da importância da Matemática neste nível de ensino, citando os diversos campos de relações que

instigam o interesse e a capacidade do aluno de desenvolver o raciocínio lógico e estruturar o pensamento, além de fazer parte do cotidiano e possuir grande aplicabilidade em todas as áreas do conhecimento. Essa potencialidade deve ser explorada de diversas formas no Ensino Fundamental, seja por meio de resolução de problemas, da história da matemática, do uso de tecnologias ou por meio de jogos.

Cita a importância do conhecimento da história da matemática na formação dos professores para que estes possam mostrar aos alunos a matemática como ciência dinâmica,

14

com possibilidade de agregar novos elementos. Ressalta a importância de se transformar o conhecimento científico em saber escolar, levando em conta características socioculturais com a finalidade de encontrar mecanismos de intermediação dos conhecimentos, o que chama de contextualização do saber. O conhecimento dos conceitos matemáticos não deve se manter vinculado a um único contexto, mas sim a vários outros.

Este conteúdo, segundo o PCN, é indicado para os 5ºs e 6ºs anos do Ensino Fundamental, mas também é possível começar a abordá-lo de maneira simples nos anos iniciais deste mesmo nível de ensino. Para que isso ocorra, é necessário tratar do tema de maneira lúdica, apresentando, primeiramente, como o conceito sobre os números racionais foi sendo desenvolvido ao longo da história e porquê, e utilizando instrumentos concretos e manipuláveis com as crianças para a sua apropriação, aproximando este conceito das experiências concretas do dia-a-dia.

5 Conjunto dos números racionais - elementos básicos no desenvolvimento do conceito

Os números racionais são aqueles que expressam o quociente entre dois números inteiros. A noção de racional provém de razão (parte de um todo). Os números racionais são formados pelos números inteiros (que se podem expressar como quociente: $5 = 5/1$, $38 = 38/1$) e as frações (os números racionais não inteiros: $2/5$, $8/12$, $69/253$).

O conjunto dos números racionais é uma ampliação do conjunto dos números inteiros. O conjunto formado pelos números racionais positivos, os números racionais negativos e o

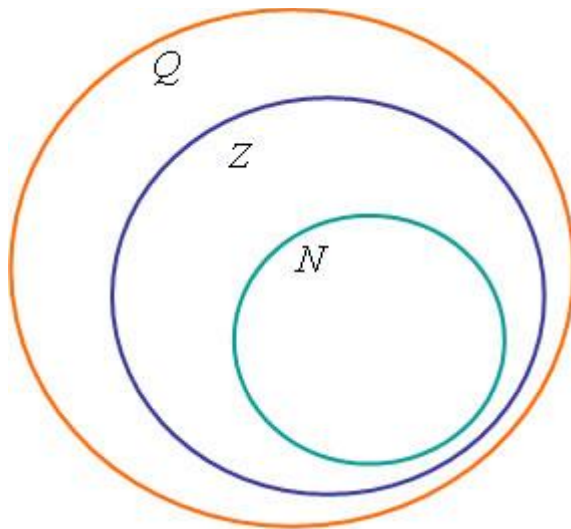
zero são um novo conjunto que chamamos de **conjunto dos números racionais** e é representado por **Q**. O conjunto de Q é uma ampliação do conjunto Z.

Ou seja,

$$Q = \left\{ x / x = \frac{a}{b}, a \in Z, b \in Z^* \right\}$$

15

Todo número inteiro é um número racional e natural. Portanto, o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros (Z) que, por sua vez, é um subconjunto do conjunto dos números racionais (Q):



Outros subconjuntos de Q:

- Q^* é o conjunto dos números racionais diferentes de zero;
- Q_+ é o conjunto dos números racionais positivos e o zero;
- Q_- é o conjunto dos números racionais, negativos e o zero;
- Q_+^* é o conjunto dos números racionais e positivos;
- Q_-^* é o conjunto dos números racionais negativos.

Convém ter em conta que, enquanto nos números inteiros cada número tem um posterior (-1, 0, 1, 2, 3, 4...), existem infinitos números entre cada número racional.

Os números racionais permitem expressar medidas. Quando se compara uma quantidade com a respectiva unidade, obtém-se em geral, um resultado fraccionário. Por exemplo: se dividirmos uma pizza em duas partes, teremos duas metades. Cada porção será $\frac{1}{2}$ da pizza (uma parte de dois). Juntando as duas porções, voltaremos a obter a pizza inteira ($\frac{2}{2}=1$).

Podem ser somados, subtraídos, multiplicados ou divididos (exceto por zero). O resultado dessas operações será sempre outro número racional. Tendo em conta que os números inteiros podem ser positivos ou negativos, é aplicada a "regra de sinais". A forma de concretizar

16

as operações irão variar dependendo da existência ou da ausência de um denominador comum nas frações.

A abordagem deste conteúdo é indicada somente após os alunos já estarem familiarizados com os conjuntos dos números naturais e dos números inteiros e de já dominarem as quatro operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão), uma vez que a atividade de ensino/aprendizagem dos números racionais envolve um determinado estágio de abstração, além de fórmulas e algoritmos. A fim de tornar mais compreensível este conceito, pode-se iniciar sua apresentação a partir de formas mais concretas e utilizando-se de instrumentos lúdicos, como jogos, por exemplo, para então transcrever sua representação e, conseqüentemente, suas fórmulas de cálculo. Os jogos desencadeiam a necessidade do controle de quantidades, registro, comunicação e interação entre pares. Esta atividade permite que a criança intervenha na realidade do mundo que a rodeia e pense sobre os objetos do conhecimento (MOURA, 1996). Desta forma, ela adquire “novos saberes sobre si mesma, sobre os papéis sociais, sobre as regras da vida em grupo, sobre os conceitos das diversas áreas do conhecimento construídos pelo homem ao longo da história. (MOURA, 1996a, p. 14)

5.1 Teoria

Os números que não representam partes inteiras, mas partes de inteiros.

5.2 Representação Q

Quociente (divisão de dois números inteiros naturais)

numerador --> quantas partes são tomadas do inteiro

denominador --> em quantas partes dividimos o inteiro

5.3 Leitura de frações

$1/d$, onde d é o denominador que é menor do que 10.

$1/2$ = um meio

$1/3$ = um terço

Quando $1/d$, $d > 10$, lemos 1, o denominador e acrescentamos a palavra "avos".

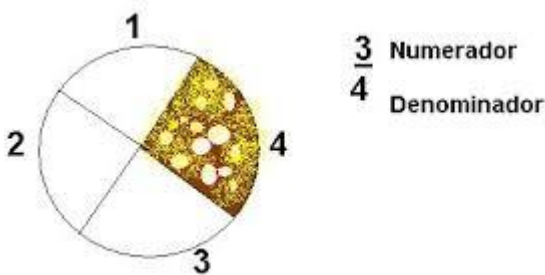
17

$1/11$ = um onze avos

Leitura comum: $1/10$ = um décimo, $1/20$ = um vigésimo

5.4 Tipos de frações

A representação gráfica mostra a fração $3/4$, cujo numerador é um número natural menor que o denominador.



5.4.1 Fração própria

É toda fração que representa uma quantidade menor que 1. Possui o numerador menor que o denominador.

5.4.2 Fração imprópria

É toda fração que representa uma quantidade maior que 1. Possui o numerador maior que o denominador.

$$3/3 + 2/3 = 5/3 = 1 + 2/3$$

5.4.3 Fração aparente

É uma particularidade da fração imprópria, representando um número inteiro. O numerador é múltiplo do denominador e aparenta ser uma fração, mas não é. Exemplo: $0/3 = 0$

$$6/3 = 2$$

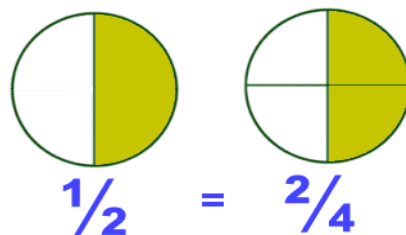
18

5.4.4 Fração Equivalente

$$1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8$$

Se multiplicarmos os termos (numerador e denominador) por um mesmo número natural, obteremos fração equivalente a ela. O mesmo ocorre com a divisão.

Exemplo: $1/2 = 2/4$



Equivalência:

$$C(1/3) = \{1/3, 2/6, 3/9, 4/12, \dots\}$$

Segundo Lima & Moisés (1998), a fração não é considerada um número, mas um pré-número. Uma forma de registrar as relações entre as quantidades, uma notação. Ela foi criada como ferramenta de trabalho e permanece como tal. As ideias da racionalidade, proporcionalidade e regularidade estão presentes nela.

6 Números Mistos

Os números mistos são outra forma de se representar uma fração imprópria. São chamados de números mistos por misturar um número inteiro com uma fração.

$$\text{Exemplo: } 17/4 = \frac{16+1}{4} = 16/4 + 1/4 = 4 + 1/4 = 4 \frac{1}{4}$$

7 Simplificar

Consiste em reduzir o numerador e o denominador através da divisão pelo máximo divisor comum aos dois números, tornando-se uma fração equivalente.

$$36/60 = 18/30 = 9/15 = 3/5$$

19

8 Comparando frações

Consiste em analisar qual fração representa maior ou menor quantidade, ou se são iguais.

$$3/5 < 4/5$$

$$2/4 = 4/8$$

9 Operações com números racionais

Para simplificar a escrita, transformamos a adição e subtração em somas algébricas. Eliminamos os parênteses e escrevemos os números um ao lado do outro, da mesma forma como fazemos com os números inteiros.

9.1 Multiplicação e divisão

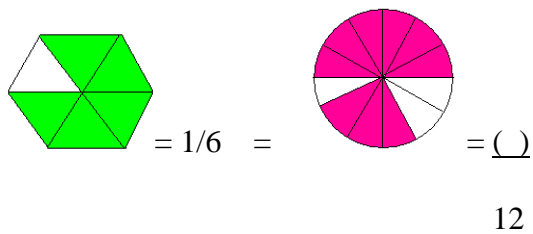
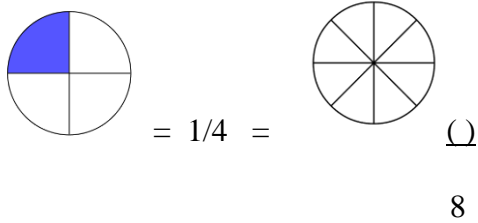
Na multiplicação de números racionais, devemos multiplicar numerador por numerador, e denominador por denominador. Na divisão de números racionais, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.

9.2 Potenciação e radiciação

Na potenciação, quando elevamos um número racional a um determinado expoente, estamos elevando o numerador e o denominador a esse expoente, conforme os exemplos

abaixo: Na radiciação, quando aplicamos a raiz quadrada a um número racional, estamos aplicando essa raiz ao numerador e ao denominador.

9.3 Metodologias



20

A) $\frac{1}{2} = \frac{(\quad)}{4} = \frac{8}{(\quad)} = \frac{50}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{20}$

B) $\frac{12}{36} = \frac{6}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{12}$

10 Definição de porcentagem

Se x é um número real, então $x\%$ representa a fração $x/100$. Isso significa que:

$$5\% = \frac{5}{100}$$

$$13\% = \frac{13}{100}$$

$$99\% = \frac{99}{100}$$

$$72\% = \frac{72}{100}$$

Como a porcentagem pode ser escrita na forma de fração, podemos realizar facilmente cálculos que envolvam essas ideias.

10.1 Exemplos

(As atividades a seguir são indicadas, de acordo com o PCN, para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental).

10.1.1 Exemplo 1

Sabe-se que 55% dos estudantes de uma sala são do sexo feminino. Como na classe há 40 estudantes, quantas meninas há nessa sala?

21

10.1.2 Resolução exemplo 1

Vamos fazer uma interpretação simples do problema. Foi dito que:

55% dos alunos são do sexo feminino. Ou seja:

Número de meninas = 55% de 40

Nesse tipo de problema, a palavra “de” representa a operação de multiplicação. Assim, teremos:

$$55\% \text{ de } 40 = 55\% \cdot 40$$

Dessa forma não é possível realizar o cálculo. Devemos, então, escrever a porcentagem na forma de fração.

$$55\% \text{ de } 40 = 55\% \cdot 40 = \frac{55}{100} \cdot 40 = \frac{55 \cdot 40}{100} = \frac{2200}{100} = 2200 \div 100 = 22$$

Portanto, podemos afirmar que nessa sala há 22 alunos do sexo feminino.

10.1.3 Exemplo 2

36% de 125

10.1.4 Resolução exemplo 2

$$36\% \text{ de } 125 = \frac{36}{100} \cdot 125 = \frac{36 \cdot 125}{100} = \frac{4500}{100} = 4500 \div 100 = 45$$

Para facilitar os cálculos, as frações que representam a porcentagem podem ser simplificadas. Veja:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

22

Além disso, podemos escrever a porcentagem na forma decimal, também a fim de facilitar os cálculos na resolução de problemas.

$$25\% = 0,25$$

$$30\% = 0,3$$

$$80\% = 0,8$$

$$16\% = 0,16$$

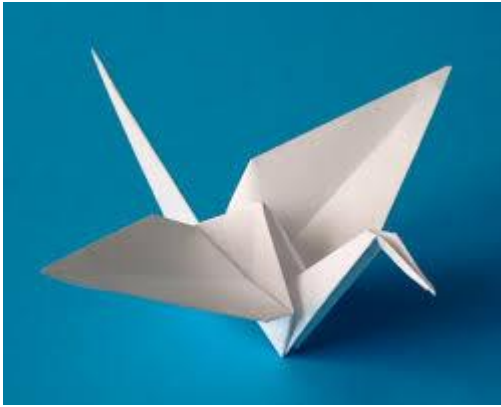
$$99\% = 0,99$$

$$115\% = 1,15$$

$$217\% = 2,17$$

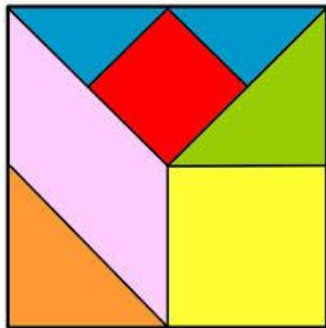
Podemos também fazer atividades com números fracionários utilizando:

Figura 1 Origami



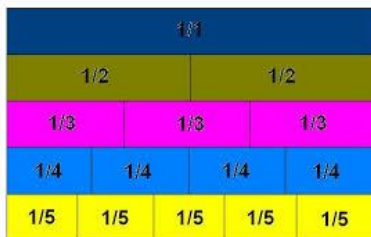
(<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fd/Origami-crane.jpg>)

Figura 2 Tangran



(<http://www.juegotangram.com.ar/tipostangram/VariantesImagFull/fletcher.jpg>)

Figura 3 Régua de frações



(<http://ligiapassos.pbworks.com/f/turma%20da%20UFRGS%20073.jpg>)

- Jogos que envolvam estes conceitos ou aulas de culinária (receitas e divisões de fatias, por exemplo)

Figura 4 Pizza



- Massinha de modelar (para a manipulação de formas e maneiras de dividi-las)

Figura 5 Massinha de modelar



http://www.xalingo.com.br/blog/wp-content/uploads/2011/12/massinha_presente.jpg

11 Atividades sequenciadas

11.1 Os números racionais e seus significados

11.1.1 Descrição

Resolução de problemas práticos envolvendo números fracionários.

11.1.2 Objetivos

Nestas atividades sequenciadas, espera-se que os estudantes possam compreender diferentes significados dos números racionais: parte-todo; quociente; razão.

11.1.3 Conteúdos

Significados dos números racionais e representações dos números racionais na forma fracionária, em seus diversos contextos.

11.2 Atividades Propostas

11.2.1 Atividade 1

11.2.2 Objetivo

Com esta atividade espera-se que os alunos entendam, de maneira prática, o conceito de fração (da divisão de um inteiro em partes iguais), o que seriam o denominador e o numerador em uma fração e que sejam capazes de representa-las matematicamente.

11.2.3 Indicação

A partir do 2º ano do Ensino Fundamental.

11.2.4 Materiais

- 3 folhas de papel de seda vermelha
- 5 folhas de papel de seda azul
- 1 folha de papel de seda verde

Paulo organizou um grupo de colegas para construir pipas. Ele dividiu igualmente três folhas de papel de seda vermelha entre cinco de seus colegas. Dividiu igualmente cinco folhas de papel de seda azul para os outros três. Finalmente, dividiu igualmente uma folha de papel de seda verde para os outros cinco.

25

- Quanto de folha vermelha cada colega do primeiro grupo recebeu?
- Quanto de folha azul cada colega do segundo grupo recebeu?
- Quanto de folha verde cada colega do terceiro grupo recebeu?
- $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{3}$: qual dessas representações tem a ver com as folhas de papel de seda

vermelhas e azuis? O que elas indicam?

11.2.5. Na prática

Proponha um ateliê de confecção de pipas. Peça aos alunos que se organizem em três grupos e que escolham nomes para os grupos (isto possibilita o desenvolvimento da identidade do grupo). Distribua as três folhas de papel de seda vermelhas, as cinco folhas

azuis e a folha verde para cada grupo e peça que eles reproduzam as divisões do problema, atentando para que os pedaços sejam de tamanhos iguais. Os alunos devem tentar realizar a divisão em conjunto, discutindo as possibilidades de solução. Finalmente, todos devem se reunir e apresentar aos demais colegas a solução que encontraram, respondendo às perguntas propostas pelo problema e explicando como conseguiram chegar à solução.

11.2.6 Conceitos trabalhados

Leitura de frações (pois é preciso reconhecê-las); fração própria (uma vez que o numerador é menor do que o denominador); comparação de frações (para que seja possível responder qual das representações é a correta).

11.2.7 Avaliação

A avaliação desta atividade consiste em observar se os alunos atingiram o objetivo proposto, se foram capazes de compreender os conceitos envolvidos, em reconhecer suas principais dificuldades e se chegaram à solução do problema através da compreensão dos conceitos e de suas representações. A capacidade de trabalho em equipe também deve ser considerada.

12 Atividade 2

12.1 Objetivo

Os alunos devem ser capazes de efetuar contagens decimais com o auxílio do sorteio das tampinhas e de fazer a equivalência de 10 para 100, compreendendo o conceito de porcentagem. Além disso, espera-se que reconheçam que a porcentagem é também uma fração ($x/100$) e que, por isso, faz parte do conjunto dos números racionais.

12.2 Indicação

A partir do 4º ano do Ensino Fundamental.

12.3 Materiais

- 1 tampinha branca
- 2 tampinhas verdes
- 3 tampinhas amarelas
- 4 tampinhas azuis

Em uma caixa há 1 tampinha branca, 2 tampinhas verdes, 3 tampinhas amarelas e 4 tampinhas azuis. Ao todo, 10 tampinhas. Marcos sorteou, sem olhar, uma tampinha da caixa.

a) Qual é a chance de que essa tampinha seja:

Branca?

Verde?

Amarela

Azul?

(ou seja, $x/10$)

- a) Qual a porcentagem de cada cor de tampinha do total da caixa?
- b) Qual cor de tampinha tem a maior porcentagem e, conseqüentemente, mais chances de ser sorteada?

12.4 Na prática

Peça aos alunos que tragam para a escola tampinhas de garrafa de diversas cores. Selecione tampinhas de acordo com o que foi exposto no problema. Providencie também uma caixa para a realização da atividade. Coloque todas as tampinhas na caixa até o total de 10 (desta forma fica mais fácil a compreensão sobre os decimais, adotados no conceito de porcentagem). Peça que algum aluno sorteie uma tampinha, sem olhar e sem mostrar aos demais. Em seguida, os alunos devem responder às perguntas do problema.

12.5 Conceitos trabalhados

Comparação de frações ($x/10$ para $x/100$); contagem decimal; porcentagem; frações próprias; probabilidade.

12.6 Avaliação

O professor deve estar atento ao quanto seus alunos se apropriaram dos conceitos envolvidos e se fica clara a relação entre as frações e a porcentagem (de $1/10$ para $10/100$ e para 10% , por exemplo).

13 Atividade 3

13.1 Objetivo

Esta é uma atividade que possibilita a abordagem dos números racionais e suas representações através de frações e de porcentagem, bem como as diversas possibilidades de subdivisões, originando novas frações. A ideia é que os alunos, além de se apropriarem dos conceitos envolvidos, possam reconhecer a importância e aplicação prática dos números racionais em questões de seu próprio cotidiano.

13.2 Indicação

A partir do 4º ano do Ensino Fundamental.

Considere os alunos da sala de aula e o grupo de meninas deste conjunto:

- a) qual é o inteiro?
 - b) o que podemos considerar como a parte?
 - c) em quantas unidades menores podemos subdividir a parte?
- 28
- d) quantas unidades menores existem na unidade inteira?
 - e) quantas unidades menores existem na parte?
 - f) escreva a representação fracionária que resulta dessa contagem.

13.3 Na prática

A atividade pode ser reproduzida facilmente em sala de aula. Faça o mesmo para: os alunos da sua sala e o grupo de meninos; as carteiras da sua sala de aula e aquelas que estão

desocupadas; as letras do seu nome e as vogais presentes nele; as letras dos nomes dos alunos do seu grupo e as consoantes destes nomes; os alunos do seu grupo e os colegas deste grupo que têm mais de 8 anos.

13.4 Conceitos trabalhados

Frações próprias; comparação de frações; contagem decimal; porcentagem.

13.5 Avaliação

Além da compreensão e apreensão dos conceitos trabalhados, deve-se observar se ficou claro aos alunos o quanto os números racionais são úteis na operação de situações do cotidiano, razão principal para o seu desenvolvimento a partir de necessidades humanas históricas e, ao mesmo tempo, tão atuais. Isto possibilitará que os alunos compreendam a razão, o concreto envolvido no conceito dos números racionais, para que, a partir daí, possam prosseguir para a abstração, sendo capazes de representa-los e operar com eles.

14 Considerações finais do grupo sobre o trabalho

Aos nos reunirmos nas primeiras vezes, para a elaboração desta unidade didática, estávamos ainda bastante incertos a respeito do quanto sabíamos sobre o tema e por onde começar nossa pesquisa. Sabíamos que a clareza das informações que deveriam ser expostas dependia do quanto nos apropriássemos dos conceitos envolvidos. Decidimos “começar pelo começo”, ou seja, partir da história dos números racionais, para entender a partir de quais necessidades e de que maneira eles foram criados. Atividades que elucidassem o conceito não faltavam em nossas fontes, mas tratava-se de conhecimento pronto, que não permitia a

apropriação total dos conceitos. E isto era justamente a falha que queríamos evitar. Precisávamos ir além! Precisávamos encontrar respostas para as perguntas de professores e alunos a respeito dos números racionais – Qual a melhor forma de ensinar? É possível partir de aplicações lúdicas e concretas para, depois, seguir para a abstração? – e entender as questões concernentes ao processo de ensino e aprendizagem. Assim, fomos buscando e encontrando textos e mais textos e percebendo o quão atuais são estas questões e o quão importante é o aprendizado de frações e porcentagem para a vida das pessoas e para o desenvolvimento da educação de nossos alunos.

Entendemos nesse plano que eles podem aprender mais facilmente o conteúdo dos números racionais com a ajuda de atividades lúdicas e a partir de sua história, produzida ao longo do tempo. A fração é uma linguagem, um pensamento criativo, uma leitura do mundo. Ao mesmo tempo, organizando a unidade didática da maneira como se deu, nos ficaram mais claros os conceitos abordados, de forma a nos relacionarmos com eles mais lúcida e intimamente, dentro e fora do contexto escolar.

Uma das questões mais marcantes deste trabalho diz respeito à formação de professores para o ensino de matemática, nas dificuldades encontradas por eles e seus alunos e, principalmente, no quanto a apreensão e compreensão dos conceitos matemáticos fazem a diferença para a realização das atividades pedagógicas e para a construção de conhecimentos pelos alunos. A proposta de ensinar e aprender este tema através da atividade orientadora de ensino, partindo das concepções sócio interacionistas da educação, apresentou-se como uma excelente alternativa para a solução de problemas vivenciados por professores e alunos em sala de aula. Desta maneira, é preciso sempre lembrar que determinadas necessidades fizeram com que a humanidade desenvolvesse os diversos conceitos matemáticos, dentre eles o conceito de

30

frações, e que estas necessidades continuam a existir e a ser resolvidas através do conhecimento historicamente construído. Por esta razão, o estudo deste tema ainda se faz atual e pode ser utilizado pelos alunos para a solução de problemas cotidianos, ainda que com suas próprias significações.

O trabalho com unidades didáticas que envolvam atividades diversas e que tracem o paralelo entre a teoria e a prática, entre o concreto e o abstrato, ampliou nossas perspectivas e nos possibilitou perceber como podemos fazer isto em nossas práticas diárias em sala de aula,

mantendo-nos atentos para a concepção do processo educativo como uma atividade que deve partir dos conhecimentos prévios dos educandos e organizada de maneira a se transformar em aprendizado efetivo. Além da proposição de problemas de aprendizagem que motivem os educandos na busca pelo conhecimento através da utilização dos conteúdos abordados, é importante conduzi-los à explicação dos conceitos envolvidos e de como chegaram à solução do problema, para que, desta maneira, eles possam ainda refletir sobre o que realizaram, facilitando a avaliação da atividade de ensino e aprendizagem.

Percebemos que, ao apropriarem-se dos conhecimentos historicamente construídos, os educandos compreendem seus significados e produzem significados novos, intervindo na realidade que os cerca como partícipes do convívio social.

Referências

BEKKEN, O. B. **Equações de Ahmes até Abel**. Tradução de José Paulo Quinhões Carneiro. Universidade de Santa Úrsula, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CAMEJO, A. et al. **Ideias de professoras dos anos iniciais sobre números racionais**. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, 4. Taguatinga, DF, 2009.

COSTA, A. C. **Referenciais Históricos e Metodológicos para o Ensino de Frações**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: 2010.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. **A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado**. TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKI, L. (organizadoras). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Tradução Stela Oliveira. São Paulo: Editora Ática, 1997.

http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br/Documentos/BibliPed/EnsFundMedio/CicloII/OrientacoesCurriculares_proposicao_expectativas_de_aprendizagem_EnsFundII_mat.pdf
< Acesso em 10/12/14>.

<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/nova-ordem-numerica-428105.shtml>. < Acesso em 10/12/14>.

LIMA, L. & MOISÉS, R. **A fração: a repartição da Terra**. Cevec - Ciarte, p. 3, 1998.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores**. Passo Fundo: Editora UPF, 2009.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como ação formadora**. In CASTRO, A. de; CARVALHO, A. M. P. (orgs.) Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thonson Learning, 2001, Cap. 8, p. 143 – 162.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema (Rio Claro), UNESP, v. 12, 1996(b) p. 29 – 43.

MOURA, M. O. de (Coord.) **Controle da variação de quantidades: Atividades de ensino**. São Paulo: FEUSP, 1996(a). (Textos para o Ensino das Ciências, nº 7).

NASCIMENTO, C. P. A organização do ensino e a formação do pensamento estético-artístico na teoria histórico-cultural. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação – USP, São Paulo, 2010.

PERLIN, P. A formação do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da atividade orientadora de ensino. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul: 2014.