



Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica

ORGANIZADORES:

MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA
ANEMARI ROESLER LUERSEN VIEIRA LOPES
ELAINE SAMPAIO ARAÚJO
WELLINGTON LIMA CEDRO

VOLUME II

MEDIDAS



FFCLRP
EXPERIENTIA FIDES NOSTRA - 1964
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FEUSP
FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA USP



ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

REVISÃO TÉCNICA

ANA PAULA GLADCHEFF MUNHOZ
HALANA GARCEZ BOROWSKY
LAURA PIPPI FRAGA
MOISÉS ALVES FRAGA
ROSÉLIA JOSÉ DA SILVA CARVALHO

CONSULTORAS

FABIANA FIOREZI DE MARCO
MARIA DO CARMO DE SOUSA

FORMATAÇÃO

ANA PAULA GLADCHEFF MUNHOZ
CARINE DAIANA BINSFIELD

CAPA

HALANA GARCEZ BOROWSKY

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica. Volume II: Medidas
/ Manoel Oriosvaldo de Moura; Anemari Roesler L. V. Lopes; Elaine Sampaio Araujo;
Wellington Lima Cedro, (organizadores) – Ribeirão Preto: FFCLRP/USP, 2018.

Vários autores

ISBN 978-85-85367-29-9

1. Aprendizagem – Metodologia (Ensino Fundamental)
2. Matemática – Estudo e ensino (Ensino Fundamental)

CDD.372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática: Estudo e Ensino: Ensino Fundamental

372.7

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA
ANEMARI ROESLER LUERSEN VIEIRA LOPES
ELAINE SAMPAIO ARAUJO
WELLINGTON LIMA CEDRO
(ORGANIZADORES)

APRESENTAÇÃO

O presente *e-book* é um dos muitos produtos resultantes do projeto de pesquisa em rede “*Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e Práticas da Organização do Ensino*” (PPOE) viabilizado pelo Programa Observatório da Educação (Obeduc), financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O desenvolvimento do nosso projeto, em particular, configurou-se como uma importante vivência de uma pesquisa que considera a escola como um lugar de formação e aprendizagem, tanto para os professores da educação básica como para os pesquisadores. Tal projeto é fruto de parcerias estabelecidas no âmbito de um coletivo, o GEPAPe - Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica. Este grupo integra pesquisadores de várias partes do Brasil e tem produzido conhecimento tendo como referência a Teoria Histórico-Cultural e suas contribuições para a atividade pedagógica. Esta última por nós considerada, baseados no materialismo histórico-dialético, uma unidade dialética entre a atividade de ensino - do(a) professor(a) - e a atividade de estudo - do(a) estudante.

O projeto OBEDUC/PPOE constituiu-se a partir da organização em quatro núcleos de investigação: núcleo São Paulo, na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), coordenado pelo prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura; núcleo Santa Maria, na Universidade Federal de Santa Maria, RS (UFSM), coordenado pela prof.^a Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes; núcleo Ribeirão Preto, SP, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo (FFCLRP/USP), coordenado pela prof.^a Dra. Elaine Sampaio Araujo; e núcleo Goiás, na Universidade Federal de Goiás (UFG), coordenado pelo prof. Dr. Wellington Lima Cedro. Teve como objetivo investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos, representados pelos dados do INEP e a organização curricular de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os núcleos foram constituídos por seus coordenadores gerais e por professores e coordenadores pedagógicos da Rede Pública de Educação Básica, estudantes de mestrado e doutorado de programas de pós-graduação e estudantes de graduação dos

cursos de licenciatura em Pedagogia e Matemática, com o intuito de proporcionar que professores(as) e futuros professores(as) vivenciassem um espaço formativo com compartilhamento de experiências sobre Educação Matemática a partir da Teoria Histórico-Cultural.

Uma das principais ações do projeto foi desenvolver uma proposta curricular de Educação Matemática para a Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. A perspectiva formativa assumida configura-se como processo e não como um fim. Portanto, ressaltamos a importância de compreendermos este *e-book* como algo não prescritivo, pois o produto maior gerado com o projeto, é o processo de formação dos(as) professores(as) e o que apresentamos aqui refere-se ao que produzimos até o momento.

As atividades para o ensino, que compõem este e-book, foram realizadas por muitas mãos, o que é evidenciado nas diferentes nuances que se apresentam em cada um dos volumes aqui apresentados. Apesar de cada um deles resultar das experiências e vivências formativas de cada um dos sujeitos que integraram os núcleos do OBEDUC/PPOE, temos um fio condutor que é a Teoria Histórico-Cultural e nossa compreensão sobre organização do ensino pautada na Atividade Orientadora de Ensino.

De acordo com princípios da Atividade Orientadora de Ensino, as ações de estudo e elaboração das atividades, de forma colaborativa, são constitutivas de um modo de organização das ações de ensino em sala de aula. Estas, após serem desenvolvidas na escola, eram novamente apresentadas ao coletivo do projeto para análise e reformulações. Esse movimento de organização do ensino, praticado sistematicamente, constituiu-se como um modo geral de ação que criou possibilidades de garantir um ensino de matemática de melhor qualidade e de potencializar a aprendizagem docente mediada pela articulação entre o pensar e o fazer docente, entre o estudar, planejar e o praticar em sala de aula.

Com a apresentação desse movimento coletivo, queremos contribuir com o ensino de Matemática, no sentido de trazer atividades para o ensino que mobilizem o professor para novos movimentos que venham a culminar em novas sínteses, e não no sentido de apresentar um “modelo pronto” para ser proposto em sala de aula.

Considerando esse contexto de elaboração e escrita das atividades que constituem este *e-book*, optamos por compartilhar também a autoria. Desse modo, creditamos a autoria de cada um dos volumes aos grupos de pesquisa que compunham

cada um dos núcleos, apresentando a nominata de todos que dividiram essa escrita naquele momento.

Na introdução procuramos evidenciar uma síntese sobre alguns conceitos referenciados no decorrer deste *e-book* e que permitem uma compreensão mais clara do que será abordado, a partir da perspectiva teórica que nos fundamentamos, a Teoria Histórico-Cultural.

A divisão de trabalho foi constituída de forma que cada núcleo desenvolvesse um determinado conteúdo matemático para os anos iniciais da escolarização, que se complementam em uma perspectiva de compor os principais eixos curriculares. Nesse contexto, o núcleo de Ribeirão Preto foi o responsável por organizar atividades para o ensino que compõem o conteúdo sobre "estatística" e que é apresentado no volume I.

No volume II, encontra-se o trabalho elaborado pelo núcleo São Paulo, responsável pelo conteúdo sobre "medidas", dando ênfase às grandezas "tempo, comprimento, massa, área e volume/capacidade".

O terceiro volume é composto pelo trabalho elaborado pelo grupo de Santa Maria, que foi o responsável pelo conteúdo de "números e operações".

Por fim, no quarto volume, são apresentadas as atividades para o ensino de "geometria" e que foram elaboradas pelo núcleo de Goiás.

Com a abordagem teórica e a organização do ensino aqui expostos, desejamos que este *e-book* possa contribuir com o trabalho de professores(as) e futuros(as) professores(as) na direção de suscitar reflexões de que o ensino, adequadamente planejado e organizado, pode desencadear o desenvolvimento humano. Bons estudos e bom trabalho!

INTRODUÇÃO

Fundamentados na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, atribuímos à Matemática, o papel de potente instrumento para conhecimento e domínio da natureza numa dimensão de ferramenta simbólica (ALEXANDROV, 2016; MOURA, 2013). O processo de abstração presente em sua produção (e produto) não é sua exclusividade, mas sim uma característica de toda ciência, inclusive de toda atividade mental em geral. Nessa perspectiva, entendemos tal ciência (matemática) por uma visão histórica e a concebemos como fruto de necessidades práticas da vida social, diferente do que expressa uma visão idealista, ao considera-la como fruto do pensamento puro.

Com essas afirmações queremos evidenciar a concepção da matemática como uma ciência viva, dinâmica e impregnada de condição humana, o que revela ser historicamente construída como produto de interesses e necessidades sociais (CARAÇA, 2010). Isso significa que “em todo o conhecimento matemático há uma atividade humana praticada para satisfazer necessidades da vida social (no coletivo). Assim, compreendida como um produto cultural, a matemática constitui-se como uma riqueza humana e, como tal, deve ser apropriada por todos” (MUNHOZ; MOURA, 2019).

Nessa mesma linha de pensamento, Vygotsky (2005) e seus colaboradores nos mostram que a apropriação desse produto cultural, que está objetivado no conhecimento matemático em sua forma teórica, se torna um instrumento do pensamento, ou como diz Moura (2013), e já afirmado anteriormente, uma ferramenta simbólica. Este conhecimento é dado pelo saber sistematizado, o conhecimento mais elaborado da humanidade, ou seja, o conhecimento teórico ou científico e a escola, nesse sentido, é compreendida como um espaço privilegiado no qual, de modo intencional, os conteúdos constituem-se, tal como afirma Moura (2013), como objetos de uma atividade humana

[...] capaz de possibilitar aos que dela participam ações rumo ao objetivo de apropriação dos instrumentos simbólicos e do modo de usá-los, com o objetivo profícuo de se fazer compreender e agir em um universo cultural complexo, cujas relações são pautadas em processos comunicativos em que a leitura e a escrita são imprescindíveis (p.133).

Tal apropriação permite aos sujeitos sentirem-se participantes de uma comunidade. Participantes em uma compreensão de pertencimento, atribuindo sentido à vida que se dá pela coletividade.

No caso da criança, embora tenha contato com a matemática desde o seu nascimento, a partir do momento em que entra na escola, seja na Educação Infantil, seja nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ela se depara com outra maneira de aprender, diferente daquela que conhecia no convívio familiar ao qual estava frequentemente acostumada (SERRÃO et al., 2012). Nesse sentido, sua vida se reorganiza a partir de sua entrada na escola, pois ocorre a mudança do lugar social que a criança ocupa no sistema das relações sociais (LEONTIEV, 1978). Portanto, já desde o início da escolarização, no qual ocorrem as primeiras relações da criança com o conhecimento teórico matemático, este deve ter significado para ela. Seu conhecimento começa a expandir, sem deixar de lado o que traz em sua história de vida.

Como já explicitamos, defendemos a visão da matemática como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e, para que a aprendizagem seja significativa, acreditamos na atividade de aprendizagem na qual “a criança se apropria de conhecimentos matemáticos no fazer matemática, em atividade e, dessa forma, estruturam-se as propostas de ensino relacionadas com as práticas sociais e culturais, humanas e históricas” (MORETTI; SOUZA, 2015, p.10). Reafirmamos, portanto, nossa compreensão de que não é qualquer modo de ensinar, tampouco qualquer conteúdo, que podem promover o desenvolvimento humano, mas aqueles que intencionalmente forem organizados para esse fim.

Para isso, é preciso estudarmos sobre o que compreendemos por **processo lógico-histórico** de cada um dos conceitos que deverão ser apropriados por nossos alunos. Isso significa buscarmos os **nexos conceituais** entendidos como os aspectos essenciais do conceito e seus determinantes e que, neste caso, “estão impregnados de história, por isso, são históricos” (SOUZA; MOURA, 2016, p.2); contêm a “lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUZA et al., 2014, p.96). Isso se torna possível, na organização do ensino, ao sistematizarmos as necessidades surgidas na atividade humana que está encarnada no conceito e as respostas que a humanidade criou para suprir tais necessidades. Essas respostas se traduzem pelas ferramentas intelectuais que deverão ser apropriadas pelos alunos. Vale ressaltar que, ao abordarmos a história

da matemática no ensino, na perspectiva lógico-histórica, temos por “pressuposto a possibilidade do estudo no movimento do pensamento, no sentido de apreensão do objeto, isto é, do desenvolvimento do conceito” (DIAS; SAITO, 2009, p.9).

Esse modo de abordarmos o conhecimento vem ao encontro do que Moura (1996, 2004, 2017) propõe como **Atividade Orientadora de Ensino (AOE)**, compreendida como uma base teórico-metodológica direcionada aos processos de ensino e aprendizagem. Os princípios teórico-metodológicos presentes nessa proposta explicitam-na como a unidade entre o ensino e a aprendizagem, no contexto da atividade pedagógica e, segundo o autor, estrutura-se de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo compartilhando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. Uma particularidade extremamente relevante que constitui a AOE é a intencionalidade pedagógica que, na vivência educativa, considera as particularidades do problema colocado em ação e os vários conhecimentos presentes de cada um dos sujeitos participantes, o que imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino .

Pelas orientações teórico-metodológicas da AOE, um **problema desencadeador** é elaborado e estruturado como parte de uma **situação desencadeadora de aprendizagem (SDA)**. O problema, por sua vez, deve conter a gênese do conceito: explicitar as necessidades humanas que motivaram a sua criação, e como os homens mobilizaram-se para encontrar as soluções ou sínteses no movimento aqui já destacado, compreendido por **lógico-histórico**. Vale ressaltar que o problema desencadeador de aprendizagem é entendido como um problema de aprendizagem pelo qual o estudante, ao resolvê-lo coletivamente, apropria-se de uma forma de ação geral, que se torna base de orientação das ações em diferentes situações que o cercam, por isso sua dimensão teórica. Teórico pois, diferentemente de um problema concreto prático que busca modos de ação particular, na qual a resolução serve somente para uma situação específica (RUBTSOV, 1996).

A **situação desencadeadora de aprendizagem** pode ser materializada em: um *jogo*, com propósito pedagógico, que preserva o caráter de problema; uma *problematização de situações emergentes do cotidiano*, que oportuniza colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela, ou; uma *história virtual do conceito*, que coloca a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivida pelo homem (MOURA, 1996). É importante ressaltar que o histórico que envolve as situações desencadeadoras “não é a história factual, mas sim

aquela que está impregnada no conceito ao considerar que esse conceito objetiva uma necessidade humana colocada historicamente” (MORETTI; MOURA, 2011, p. 443).

Ao criar o problema desencadeador de aprendizagem, contido na SDA, os professores planejam ações de ensino que deverão orientar os alunos à solução do problema, colocando o conceito em movimento para que seja apropriado por eles. Neste momento, ressaltamos a coletividade como essência no processo de desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem, tendo em vista os vários olhares de cada professor que dela irão compartilhar (GLADCHEFF; MOURA, 2016).

Podemos dizer que as SDA, desenvolvidas de acordo com os princípios colocados, podem ser potencializadoras da aprendizagem dos alunos. No entanto, não os colocam em *atividade* por si só. Enfatizamos que a SDA não é em si uma atividade de ensino, ela deve ser parte da AOE. É preciso que o professor, sendo o organizador, tenha muito claro o seu objetivo, e deve persegui-lo intensamente, levando os estudantes a manterem o foco na situação.

De um modo geral, assim foram desenvolvidas as atividades para o ensino aqui apresentadas. Nesse sentido, acreditamos na possibilidade de um processo educativo capaz de impulsionar o desenvolvimento humano, e que não se restringe à ação do professor ou à do estudante, mas ao processo como um todo, considerando o ensino e a aprendizagem uma unidade, como essência da atividade pedagógica (MOURA, 2017). Por isso, e mais uma vez, ressaltamos a importância de compreendermos este *e-book* como algo não prescritivo, mas como um início de uma produção coletiva que defende os objetivos da educação escolar para além de uma aprendizagem de conhecimentos relacionados à adaptação dos sujeitos ao ambiente, mas sim, para a formação do ser humano que ultrapasse os limites da vida cotidiana. O que significa compreender e utilizar os conhecimentos como instrumento do pensamento para transformar a realidade e não somente adaptar-se a ela (MUNHOZ; MOURA, 2018).

Referências

- ALEXANDROV, A. D. Visión general de la matemática. In: ALEXANDROV, A.D. et al. **La matemática: su contenido, método y significados**. Madrid: Alianza Editorial, 2016.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Revisto por Paulo Almeida. Lisboa: Gradiva, 2010.
- DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, SIPEM, 2009.
- GLADCHEFF, A. P.; MOURA, M. O. Formação contínua em matemática na perspectiva da teoria histórico-cultural: o coletivo na formação do pensamento teórico. In: 3º Congresso Internacional Sobre a Teoria Histórico-Cultural e 15ª Jornada do Núcleo de Ensino de Marília, Marília, São Paulo, 2016.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Tradução de Manuel Dias Duarte. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
- MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. In: **Bolema**, Rio Claro, n. 12, p. 29-43, 1996.
- _____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R.L.L. (org.) **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora UNESP, 2004.
- _____. A dimensão da alfabetização na educação matemática infantil. In: KISHIMOTO, T. M.; OLIVEIRA-FORMOSINHO, J. (Orgs.). **Em busca da pedagogia da infância: pertencer e participar**. Porto Alegre: Penso, 2013.
- MOURA, M. O. (Org) **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.
- MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência e Educação**, Bauru, v.17, n.2, p.435-450, 2011.
- MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas**. 1 ed., São Paulo: Cortez, 2015. (Coleção biblioteca básica de alfabetização e letramento)
- MUNHOZ, A. P. G.; MOURA, M. O. Movimento lógico-histórico do conceito na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. In: XIX Encontro de Didática e Práticas de Ensino, Salvador, BA, ENDIPE, 2018.
- MUNHOZ, A. P. G.; MOURA, M. O. Ações formadoras em atividade de formação contínua com professores que ensinam matemática nos anos iniciais da escolarização: uma iniciativa na perspectiva da teoria histórico-cultural. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.8, n.15, p.62-88, 2019.
- RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BERDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I.

(orgs) **Após Vygotsky e Piaget:** perspectivas social e construtivista. Escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SERRÃO, M. I. B.; DAMAZIO, A.; ARAUJO, E. S.; ASBAHR, F. S. F.; ROSA, J. E.; MOURA, M. O. Relações entre educação infantil e conhecimento matemático. In: XVI Encontro de Didática e Práticas de Ensino, Campinas, São Paulo, ENDIPE, 2012.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. O movimento lógico-histórico em atividades de ensino de matemática: unidade dialética entre ensino e aprendizagem. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. Anais, ENEM, 2016.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014. (Série Educação Matemática)

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: LEONTIEV, A. et al. **Psicologia e pedagogia:** bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. Tradução de Rubens Eduardo Frias. São Paulo: Centauro, 2005.

SUMÁRIO

MEDIDAS	2
INTRODUÇÃO AO FASCÍCULO DE MEDIDAS	5
MEDIDA DE TEMPO	11
A GRANDEZA TEMPO E O ENSINO DA MEDIÇÃO DO TEMPO	11
HISTÓRIA DA NECESSIDADE DA MEDIÇÃO DO TEMPO	16
A MEDIÇÃO DO TEMPO E A RELAÇÃO COM OS MOVIMENTOS DA TERRA E DA LUA	17
A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO E AS SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM PARA MEDIDA DE TEMPO	23
MEDIDA DE COMPRIMENTO	59
O ENSINO DA GRANDEZA COMPRIMENTO: MEDIDAS LINEARES	59
ATIVIDADE DE ENSINO	63
O DESAFIO DE MEDIR O COMPRIMENTO	63
A SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM	65
MEDIDA DE MASSA	77
O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DAS UNIDADES DE MASSA	77
MASSA (E PESO): NOÇÕES PROPOSTAS PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	84
A SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM: O PROBLEMA DE ANA LÚCIA	86
MEDIDA DE SUPERFÍCIE (ÁREA)	103
INTRODUÇÃO	103
PROCESSO LÓGICO-HISTÓRICO DA MEDIDA DA SUPERFÍCIE	103
SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM “ELABORANDO UMA HORTA”	114
MEDIDA DE CAPACIDADE E VOLUME	141
INTRODUÇÃO	141
O CONCEITO DE VOLUME E CAPACIDADE: O MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO	141
ATIVIDADE DE APRENDIZAGEM: VAMOS BRINCAR DE AMIGO SECRETO DE CHOCOLATE?	148

MEDIDAS

Núcleo de São Paulo/SP
Grupo de Pesquisa/ OBEDUC

PARTICIPANTES

ADALGISA PEREIRA DE CAMARGO SANSÃO
AMANDA CRISTINA TEDESCO PIOVEZAN
ANA MARIA SMORODZIN D’FONSECA
ANA PAULA CARDOSO DA FONTE
ANA PAULA GLADCHEFF MUNHOZ
ANDREA PIRANT^[L]_{SÉP}]
ANDREIA GOMES MOSCA
BRUNA MICIONI VIDAL DE SOUSA
CARMELITA LOPES DA SILVA
CAROLINA PICCHETTI NASCIMENTO
CRISTINA HELENA DE SOUZA ROCHA
DALVA APARECIDA FORÃO PIETRAFESA
ERIKA MATTOS^[L]_{SÉP}] INÊS GOMES BERTTI CORDEIRO
ISABEL APARECIDA DOMINGUES LEITE
KAMILA RUMI
LEANDRA FRAZATO^[L]_{SÉP}]
LILIANA QUINTERO^[L]_{SÉP}]
LINDAURA LOOSE NIMBU
LUANA LODI LIMA HERINGER
LUANA MAJOR FLORESTA^[L]_{SÉP}]
MÁRCIA CRISTINA DE LARA CASADIO
MARIA CRISTINA MARINELLI DE OLIVEIRA
MARIA LENITA ROSSI LEMES
MARIA LÚCIA PANOSSIAN^[L]_{SÉP}]
MARIA NIZETE DE AZEVEDO
MARILENA DA SILVA ARAÚJO
MARISE MARINGUES^[L]_{SÉP}]
MARLENE DE CAMPOS FERNANDES
MAYANNA NAPCHAN^[L]_{SÉP}]

MOISÉS ALVES FRAGA
NEUSA MARQUES DE SOUZA
NEUTON ALVES DE ARAUJO
PAMELA DE OLIVEIRA SANTOS
PRISCILLA GONÇALVES DE SOUZA
ROGÉRIO RAIMUNDO DA SILVA
RONALDO CAMPELO DA COSTA
ROSANA DE FÁTIMA CARDOSO MORGADO
ROSELAINE CONCEIÇÃO DE CAMPOS
SANDRA LUCIA XAVIER DE OLIVEIRA
SARA DA SILVA BEZERRA LIMA
SHEILA APARECIDA FIRMINO
SILEM SANTOS SILVA^[L]_{SEP}]
SILVIA CARVALHO ARAUJO TAVARES
SUAMI GUADANUCI NAVARRO
SUZANA MARIANO^[L]_{SEP}]
THAUANY DE SOUZA GONÇALVES
VANESSA DIAS MORETTI
VANESSA OLIVEIRA PECEGUINI

MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA (COORDENADOR)
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – USP - SP

Introdução ao Fascículo de Medidas

Para que servem as medidas?

Por que medimos?

O que medimos?

Já pensou nessas perguntas? Qual o papel das medidas em sua vida? E para a humanidade? As respostas que podem ser elaboradas para estas perguntas nos ajudam a compreender a importância de ensinar nossos estudantes a medir e, mais ainda, podem nos ajudar a reconhecer um modo geral de ações para propiciar este processo de ensino e de aprendizagem.

O que medimos?

Agora, pense em um objeto. Pode ser o primeiro que estiver à sua frente. E então, meça-o.

O que veio à sua cabeça? Você deve ter se deparado com a questão: medir **o quê?**

Nós não dissemos o que você tem que medir e por isso, talvez, você tenha ficado em dúvida. Para medir, precisamos essencialmente saber qual característica do objeto vamos medir. Ao eleger o que vamos medir em um objeto estamos destacando uma grandeza a ser medida. Portanto, quando pensou em medir o objeto, você pode ter escolhido uma dessas grandezas: comprimento, massa, volume, capacidade, área, entre outras.

Assim, a **grandeza** pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada. Uma **qualidade** de um objeto, ou fenômeno pode ser entendida como o conjunto de relações que estabelecemos entre estes objetos, ou fenômenos. Assim, a percepção de uma qualidade é sempre relativa a algo, fruto de comparação e identificação.

A qualidade pode admitir uma variação segundo uma **quantidade** e essa variação pode ser traduzida em números ou não. A qualidade **coragem** de uma pessoa, por exemplo, admite uma variação segundo a quantidade, mas essa variação não é traduzível em números, portanto não pode ser medida. Faz sentido dizermos que

João é mais corajoso que Antônio, mas não que a coragem de João é o dobro da coragem de Antônio.

Quando a qualidade pode ser expressa em números, significa que pode ser medida. Por exemplo, podemos medir a capacidade de armazenamento que um objeto possui, saber quanto um objeto é mais comprido que outro, e assim por diante. Dito em outras palavras, ***através da medição o homem pode expressar numericamente a qualidade de um objeto, ou fenômeno***¹.

Para expressarmos numericamente qualidades de um objeto, ou fenômeno, é preciso realizarmos três etapas:

- Identificar a grandeza (qualidade do objeto, ou fenômeno) que se quer medir;
- Encontrar um outro objeto, ou fenômeno, que possua a mesma grandeza para que seja realizada uma comparação. Isso significa que só podemos comparar variações da mesma grandeza: comprimento com comprimento, capacidade com capacidade etc;
- Estabelecer o resultado dessa comparação numericamente.

Portanto, temos que a medição é sempre relativa. Isso fica visível, por exemplo, quando comparamos na fila a altura das crianças. Uma criança é alta ou baixa em relação a que ou a quem? Entretanto, nos habituamos a medir a qualidade de um objeto, ou fenômeno, utilizando instrumentos como: relógios, balança, régua, termômetros, fita métrica, cronômetros etc., que possibilitam atribuir à qualidade graus de intensidade de uma determinada grandeza. O uso dessas ferramentas nos dispensa da necessidade da comparação direta entre objetos e isso pode causar a impressão falsa de que a qualidade (grandeza) está no objeto em si, quando na verdade ela só existe na relação com outros objetos, ou fenômenos.

Como medimos?

Quando queremos saber a quantidade de objetos que existem em determinado lugar, basta contá-los. Isso significa que estamos lidando com unidades contáveis, cujos elementos se encontram organizados em unidades naturais: cartas de um baralho, cadeiras de uma sala de aula, canetas de Pedro. Estas podem ser enumeradas por meio dos Números Naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...) e por isso, dizemos que são **quantidades discretas**.



¹ CARAÇA, B.J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Gradiva publicações, S.A.: Lisboa, 7ªed., 2010.

Porém as quantidades envolvidas na medição da grandeza de um objeto não se apresentam de forma discreta, mas *contínua*. Não estão separadas uma a uma. Por exemplo a quantidade de água em um copo, o tempo decorrido de um instante a outro, o comprimento de um pedaço de barbante. Isso significa que, para serem expressas numericamente, precisam ser divididas em “unidades de medidas”. As **quantidades contínuas** admitem, teoricamente, divisibilidade infinita.



Por que elegemos certas grandezas a serem medidas?

Outra questão importante referente à medição é: por que elegemos certas grandezas a serem medidas? A resposta depende das condições históricas que geram novas necessidades humanas. Uma qualidade recente que hoje podemos medir, por exemplo, é a capacidade que um objeto possui de armazenar dados como o faz um *pendrive*. Qualidade esta que, antigamente, sequer considerávamos que objetos poderiam armazenar dados como textos, imagens, vídeos.

De acordo com Borowsky et al²:

O cálculo e a medição foram as primeiras criações matemáticas, surgidas como decorrência da natureza, das necessidades práticas que, em todas as culturas, estão na origem da organização das relações entre os homens. (BOROWSKY et al., 2011, p.2)

E Lanner de Moura³ (1995) complementa que:

[...] assim como a necessidade de controlar a variação das quantidades levou o homem a criar o número, a necessidade de controlar as variações das dimensões dos objetos levou-o a medir o espaço. Este elemento, que surge das relações dos homens entre si e com a natureza ao construir a medida, consideramos como sendo um princípio orientador de como colocar o problema de medir para a criança. (LANNER de MOURA, 1995, p.67)

Assim, as medidas existem desde o início da civilização e estão associadas ao espaço, tempo e ao instrumento de medição definido. Mais do que saber estabelecer a conversão entre medidas é necessário compreender o significado social por trás delas.

Nos tempos antigos, cada região possuía seu próprio sistema de medidas, estabelecidas de forma arbitrária e imprecisa, e na maioria das vezes baseadas no corpo humano: palmo, pé, polegada, jarda, côvado. Neste caso, tratava-se de um período em que as noções de medida são antropométricas⁴ e por isso, Kula (1980) o denomina como um período antropométrico.

² BOROWSKY, H.G. et al. Medindo e mediando: a matemática na Educação Infantil. In: Anais XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

³ LANNER de MOURA, A.R. **A medida e a criança pré-escolar**. Campinas: Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1995.

⁴ KULA, W. **Las medidas y los hombres**. Madrid: Siglo Veintinuno Editores. Sa, 1980.

Figura 1: Medidas antropométricas



Fonte: <http://www.censa.edu.br>; <http://sesi.webensino.com.br> e <http://www.vdl.ufc.br>.

O que se observa é que a evolução do sistema de medidas está associada às condições, objetos e resultados do trabalho humano. Por exemplo, povos que se organizavam em função da exploração do ouro em pó (Gana), alcançaram grande desenvolvimento no sistema de medidas de massa. Os nômades do deserto do Saara, que dependiam da distância entre poços de água, avançaram em relação às medidas de longitude. O desenvolvimento do comércio e as necessidades de consumo também possibilitaram modificações nos sistemas de medidas, considerando que havia necessidade que os povos de diferentes regiões estivessem familiarizados com diferentes sistemas. Havia também a necessidade de que estas medidas fossem cada vez mais precisas e não estivessem presas a padrões subjetivos, nem sempre confiáveis. Neste momento havia realmente a necessidade de converter uma medida em outra, também associadas ao movimento financeiro, no caso, a conversão de moedas.

Mas a organização de um sistema padronizado de medidas ocorreu no período da Revolução Francesa, há pouco mais de dois séculos, e tratava mais especificamente do metro, litro e do quilograma. Lanner de Moura (1995) complementa ainda que a uniformização dos padrões de medida teve início na França, mas só após a Revolução Francesa a Academia de Ciência de Paris, em 1790, criou uma comissão para decidir sobre a elaboração de um sistema padrão universal de medida. A oficialização do uso do Sistema Internacional de Unidades se deu em 1840 e no Brasil foi adotado efetivamente em 1938.

As grandezas podem ser medidas por meio de qualquer objeto ou fenômeno que possua a mesma qualidade do que se quer medir. São medidas **não padronizadas** (informais). Por exemplo: a capacidade de um copo pode medir a capacidade de uma jarra. O comprimento de um pedaço de barbante pode medir a altura de uma mesa (nesse caso, ambos indicam grandezas de mesma natureza). Também podemos realizar a medição não na relação entre objetos/fenômenos, mas na relação do objeto com instrumentos de medição inventados que possuem destacada uma determinada grandeza. Nesse caso, são **medidas padronizadas** (formais).⁵

Você sabia que...

Por muito tempo, cada povo teve seu próprio sistema de unidades. Para uniformizar as medidas e acabar com os problemas no comércio, que causava confusões inevitáveis foi necessário a criação de um sistema de unidades universal.

Muitos sistemas diferentes de medidas foram usados em países diferentes no mundo até a parte final do século XVIII. Conforme o comércio internacional se expandia, a necessidade por um padrão único universalmente aceito se tornou urgente. Uma das realizações importantes desse século foi a criação de um Sistema Métrico Decimal planejado para substituir sistemas de pesos e medidas não científicos; uma das mais significativas contribuições da Revolução Francesa.

Em 1790 a Academia de Ciências da França resolveu criar uma comissão para elaborar um sistema simples de unidades para ser usado universalmente. A Terra foi tomada como base para escolha da unidade de comprimento. Surge, então, o metro (do grego métron = medidas). Foi dividido em dez milhões de partes a distância do equador ao polo da Terra e cada parte ficou sendo um metro. Esta distância foi marcada sobre uma barra de platina iridiada – o metro padrão – conservada até os dias de hoje em uma repartição de pesos e medidas em Paris.

Os padrões utilizados no sistema métrico foram sendo aperfeiçoados com o tempo. No século XX, o comércio internacional tornou-se mais intenso e houve a necessidade de que esses padrões fossem mais precisos e universais. Em 1960, na 11ª Conferência de Pesos e Medidas em Paris, reconhecendo a crescente demanda por tecnologia moderna por precisão, foi estabelecido o Sistema Internacional de Unidades (S.I.). Esse sistema define o símbolo e a unidade-padrão para cada grandeza a ser medida e é, ainda, baseado no sistema métrico decimal porém, definidas com rigor e atualizada.

Em 1983, o metro foi redefinido novamente por conta dos avanços tecnológicos e em busca de uma melhor precisão. Dessa vez estabeleceu-se o metro como o comprimento da trajetória percorrida pela luz, no vácuo, durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ de segundo. Para medidas muito maiores, ou menores, foi preciso criar outras unidades derivadas do metro. O uso do sistema métrico foi se espalhando gradualmente por todo mundo. Foram sendo incluídas ao sistema novas unidades para medir outras grandezas, conservando as características usadas pela definição do metro.

Aos poucos, a nova unidade foi sendo adotada em vários países, no Brasil o uso sistemático foi a partir de 1938, hoje o sistema é aceito universalmente, exceto nos Estados Unidos onde é utilizado somente para fins científicos.

Para aprender a medir

Tendo em vista o exposto, estabelecemos o **movimento de formação do conceito de medida** que envolve as seguintes etapas:

- IDENTIFICAÇÃO da grandeza de um objeto ou fenômeno a ser medida (O QUE vamos medir)
- COMPARAÇÃO entre dois (ou mais) objetos que possuem a mesma grandeza (estabelecendo relações de maior, menor ou igual)
- ESTABELECIMENTO DE UMA UNIDADE DE MEDIDA COMUM (ou padrão) que permita quantificar a grandeza com mais precisão.

⁵ Fontes consultadas para o ...*você sabia*...:

BERLINGOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A Matemática através dos tempos** - um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução de Elza F. Gomide e Helena Castro. São Paulo: Editora Blucher, 2008.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Higynio H. Domingues. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

CENTURIOON, M. **Conteúdo e Metodologia da Matemática** - Números e Operações. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

Essas relações, ou **nexos conceituais**, são essenciais para que o conceito seja compreendido. Mas, o que ocorre em geral no ensino é que destacamos apenas o último elemento desta ação de medir, ou seja, apresentamos as unidades usadas para medir e ensinamos nossos estudantes a medir a massa por meio da balança, o comprimento por meio da régua, o tempo por meio dos ponteiros do relógio, sem discutir, ou apresentar a massa, o comprimento, o tempo como grandezas (entre tantas outras) que podem ser quantificadas ou medidas em um objeto, ou fenômeno. Portanto, ensinamos apenas técnicas de medição e não a compreensão da variação de quantidade de uma determinada grandeza.

**O fascículo de
medidas: um
processo em
construção**

Neste fascículo pretendemos apresentar estas três relações essenciais do conceito de medida focando as grandezas que são normalmente trabalhadas em sala de aula.

Este texto contempla uma síntese do processo de estudo, elaboração e realização das Atividades de Ensino sobre os conceitos de medida de: **Tempo, Comprimento, Massa, Área e, Capacidade e Volume.**

De acordo com os princípios da Atividade Orientadora de Ensino, as ações de estudos e elaboração ocorreram concomitantemente à realização das ações em sala de aula. As ações elaboradas eram testadas e os resultados observados pelos professores eram apresentados ao grupo da escola e da universidade para análise e reformulações. Esse movimento coletivo de organização do ensino, repetido semanalmente, constituiu-se como um modo geral de ação que criou a possibilidade de potencializar a aprendizagem docente mediada pela articulação entre o pensar e o fazer docente, entre o estudar, planejar e o praticar em sala de aula.

Com a apresentação desse movimento coletivo esperamos poder contribuir, menos no sentido de um “modelo pronto” para aplicação, e mais no sentido de um elemento que mostre experiências de organização do ensino para discussão nas escolas e que mobilize para novos movimentos que venham a culminar em novas sínteses.

Medida de Tempo

A grandeza tempo e o ensino da medição do tempo

Ensinar sobre a grandeza tempo não é uma tarefa fácil para o professor, pois o tempo é intangível e, assim como as outras grandezas, as quantidades envolvidas na medição são contínuas.

Para medir o tempo fazemos uso de instrumentos, mas, por ser uma grandeza que está associada a processos e não pode materializar-se em objetos físicos, para ser medido é preciso que o façamos de forma indireta, ou seja, utilizando outras grandezas. Isso significa, por exemplo, que o tempo pode ser medido pelo ângulo percorrido pelos ponteiros do relógio, pelo comprimento que ardeu da vela ou pela quantidade de areia que caiu⁶ dentro de uma ampulheta.



O tempo que vai de um instante a outro pode ser limitado por eventos naturais ou não. Os dias possuem fronteiras de escuridão e luz, mas, as horas não são limitadas por eventos naturais. Isso torna difícil a tarefa de perceber o tempo passar em pequenos intervalos e, por isso, precisamos tanto de instrumentos que permitam observar essa ocorrência.

Na medida do tempo também é preciso estar consciente da diferença entre tempo subjetivo e tempo objetivo. Tempo objetivo é dado por um instrumento de medida, por exemplo, o relógio. Tempo subjetivo é como se sente sua passagem. Ao realizarmos uma tarefa interessante, cinco minutos passam rápido, mas se a tarefa for desinteressante, provavelmente ocorrerá o oposto. É importante que a criança perceba isso em seu cotidiano e que há o estabelecimento de horários porque é preciso organizar o dia a dia para um convívio social.

Entretanto, para que a criança tenha essa compreensão, primeiro é preciso que ela tome consciência de que o tempo varia para depois perceber que pode ser medido.

⁶ PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da matemática do 1º ciclo**. Universidade Aberta, Lisboa, 2000.

É importante que o professor saiba que a capacidade de medir o tempo não se desenvolve até que a criança perceba que os acontecimentos são separados por intervalos de tempo. Na verdade, é necessário que ela perceba a noção de intervalo de tempo, ou seja, o espaço de tempo ocupado por uma atividade ou o tempo que vai de um instante a outro.

Para medir o tempo devemos fazer uso de um padrão repetido de tempo, o ritmo. Portanto, analisar com as crianças os seus ritmos diários é uma das opções para ajudá-las a entender como o tempo pode ser separado em intervalos: manhã, tarde, noite; hoje, ontem, amanhã; as refeições; as tarefas diárias; o levantar e o deitar. Ao fazermos uso do calendário, por exemplo, estabelecemos condições para que as crianças tomem consciência do que já realizam empiricamente desde que nascem, ou seja, que o controle do tempo está presente em suas vidas como hora para se alimentar, hora para tomar banho, hora para fazer a lição de casa, hora para brincar e assim por diante.

Nesse fascículo as atividades foram pensadas para colaborar na construção do conceito de medida de tempo. Nem todas as etapas foram desenvolvidas até o momento de finalização desse texto e, no decorrer do mesmo, comentários são feitos para que sejam evidenciadas as experiências adquiridas com as partes desenvolvidas. Nesse processo, diante da complexidade verificada no desenvolvimento histórico do conceito de medida de tempo, a partir da necessidade de controle e medida cada vez mais precisa, decidimos organizar a proposta em dois eixos:

➡ **O tempo separado em intervalos com fronteiras de eventos naturais:** considerando que a origem da medição do tempo se deu a partir da observação da natureza, dos seus diferentes ciclos, tempos e regularidades, propomos uma sequência de atividades para estudar esses conceitos.

A relação do dia e da noite com os movimentos da Terra para o início de um trabalho com o instrumento calendário, já pode ser iniciada durante o 1º ano do Ensino Fundamental. Nesse caso a relação é vinculada somente ao dia e à noite e, para isso, propomos como atividade desencadeadora da aprendizagem, a história virtual “*Galileu e a sombra da árvore*”. Essa história pode ser contada apresentando as ilustrações disponíveis no fascículo.

Além de iniciar o trabalho com uma proposta de atividade permanente de apropriação do uso do calendário, de forma gradativa ao longo dos



anos, apontamos para a necessidade de um trabalho interdisciplinar para a construção dos conceitos envolvidos e sintetizados nesse instrumento de medida de tempo. Também sugerimos um trabalho com experimentos contendo a relação entre luz e sombra para a compreensão da visualização da passagem do tempo e, por meio do tamanho das sombras, o destaque em relação à ideia mais geral do conceito de medida: comparação e ordenação.

Na sequência, os movimentos da natureza utilizados para a conscientização do uso do calendário, já com uma proposta mais complexa ressaltando dia/noite, fases da lua e estações do ano, é sugerida para o 3º ano pelo fato de necessitar de um pensamento mais abstrato e, portanto, maior maturidade dos alunos. É possível retomar o contexto dos movimentos de rotação e translação da Terra, para a compreensão dos conceitos e padronizações envolvidos na construção do calendário utilizado atualmente que, na busca da relação cada vez mais precisa, estabeleceu os anos bissextos.

➡ **O tempo separado em intervalos limitados por eventos não naturais somente observado com o uso de instrumentos:** nesse caso, procuramos problematizar a necessidade do controle de tempo a partir de contextos possíveis de serem inseridos e “sentidos” durante o período das aulas regulares. Para isso, propomos a história virtual “*Um problema para os curumins*” como desencadeadora da aprendizagem já no 1º ano.

Essa história pode ser lida e, caso o professor tenha possibilidade, poderá apresentá-la utilizando fantoches ou ilustrações em um software de apresentação. A história possui muita interação com as crianças, o que é muito importante para levantamento de hipóteses e busca de soluções de forma coletiva. Logo em seguida, são realizados o trabalho com um jogo e a confecção de um instrumento de medida de tempo, a ampulheta. As unidades de medida de tempo estudadas nessa sequência são basicamente: “muito tempo”, “pouco tempo” e “mesmo tempo”. A partir do conceito de tempo subjetivo, problematizamos a necessidade da construção de instrumentos de medição que não são controlados por ela mesma, levando ao conceito de tempo objetivo. Os instrumentos são relacionados aos diversos tipos de relógio – de areia, de sol, analógico, digital – e, conforme o aumento da complexidade das atividades, a criança vai percebendo a necessidade de instrumentos que possibilitam uma medição cada vez mais precisa da grandeza tempo.



A escolha pelo uso da ampulheta, como instrumento de controle do tempo, deu-se pela possibilidade de as crianças poderem visualizar o “acondicionamento” do tempo em um recipiente, ou seja, a delimitação de uma unidade de tempo e, concomitantemente, perceber concretamente a “passagem” do tempo através do movimento da areia e assim a representação do tempo “acondicionado” no instrumento. Acreditamos que outros tipos de relógios, por serem instrumentos mais precisos para o controle e medida do tempo, demandam das crianças compreensão de outras variáveis e relações mais complexas que não viabilizariam a construção de conceitos propostos nesse momento para o 1º ano.

O trabalho, nesse eixo, segue com problematizações em relação à necessidade de maior precisão na medição do tempo e, com isso, os outros tipos de relógio vão aparecendo, assim como os conceitos de minuto e segundo.

Seja pela complexidade dos conceitos envolvidos no controle e medida do tempo ou pela busca constante para organizar os currículos escolares fazendo com que todos os conteúdos previstos para um ano letivo sejam contemplados, o trabalho interdisciplinar se mostrou uma alternativa para organizar e otimizar os planos dentro dos tempos escolares. Obviamente, sabemos que, além da questão prática envolvida nesta organização, está posto o desafio de tornar os currículos cada vez melhor articulados, portanto, significativos e consistentes para os alunos. Nesse contexto, a interdisciplinaridade aponta como um caminho mais do que interessante: coerente.

O trabalho com a grandeza tempo proporciona possibilidades de interação entre diversas áreas do conhecimento. Em Ciências, por exemplo, o trabalho pode se dar por meio do estudo da sombra e dos movimentos da Terra em relação ao Sol, assim como os movimentos da Lua em relação à Terra ou o estudo da germinação de uma planta ou da evolução do ser humano e da Terra; em História, o trabalho pode ocorrer com o estudo sobre a pré-história humana e a maneira como a noção de medida de tempo era utilizada para a prática da caça e, após, a prática da agricultura. O trabalho na matemática está vinculado a todos esses, pois, por exemplo, os conceitos de hora, dia, semana, mês, estão associados aos movimentos que a Terra realiza em torno do Sol e aos movimentos que a Lua realiza em torno da Terra. Enfim, esses são apenas alguns exemplos de como a grandeza tempo pode estar presente em diferentes áreas do conhecimento e, provavelmente suscitará muitos questionamentos nas crianças.

Sugerimos ao professor que, ao finalizar cada etapa de atividades, seja feita uma síntese do que foi estudado através de registros (desenhos, esquemas e/ou palavras) feitos pelos alunos, mostrando o que aprenderam na aula. Através desses registros e do movimento realizado durante as atividades, o professor poderá verificar o que foi significativo e como esses conteúdos foram compreendidos pelos alunos. A partir dessa análise, o professor pode organizar suas próximas aulas, no movimento de sistematização da compreensão desses conhecimentos os quais demandam certo nível de abstração.

O Quadro a seguir mostra as ações sugeridas para cada ano do Ensino Fundamental I. Mas, é importante ressaltarmos que são sugestões e que o professor pode verificar o que considera adequado, levando em conta a sua turma e o currículo seguido pela escola.

Quadro 1: Ações sugeridas para o Ensino Fundamental I

	Ação	Sugestão de aplicação
Eixo: o tempo separado em intervalos com fronteiras de eventos naturais	História virtual: 1ª parte - Galileu e a sombra da árvore 2ª parte – Galileu encontra a resposta com vovô Saturnino	1º e 2º
	Comparar variações do tempo	1º e 2º
	Representar os movimentos da Terra	1º e 2º
	Usar um instrumento para controle do tempo	1º ao 3º
Eixo: o tempo separado em intervalos limitados por eventos não naturais somente observado com o uso de instrumentos	História virtual: Um problema para os curumins	1º e 2º
	Construir um instrumento para medição de tempo e usá-lo em casa	1º e 2º
	Usar um instrumento de medição de tempo (jogo: bolinhas ao cesto)	1º e 2º
	Medir o tempo com mais precisão	3º e 4º
	Desenvolver um trabalho com “o tempo da criança” e o “tempo da Terra”	5º

Fonte: arquivo do projeto.

História da necessidade da medição do tempo

A Cronologia (o estudo do tempo) é uma das invenções fundamentais da natureza humana⁷. É com base nesse conjunto de conhecimentos que a civilização consegue, até os dias de hoje, controlar e organizar sua vida e suas atividades.

A necessidade de medir o tempo vem desde o Período Paleolítico⁸. Para os caçadores, a posição dos astros e suas periodicidades eram usadas para saber quando a Lua mudaria, em que períodos as diversas estações da natureza aconteciam e qual sua influência no comportamento e migração dos animais para que a caça e a pesca pudessem ser bem-sucedidas. Como viviam em bandos, uma caçada malsucedida poderia comprometer sua alimentação e, conseqüentemente, sua natureza. Já no Período Neolítico⁹, a época de arar a terra, semear e colher a produção exigiam medidas de tempo precisas para que os períodos mais favoráveis fossem observados e cada fase da agricultura fosse completada com sucesso, garantindo assim, o prosseguimento da natureza em um dado local.

Estas medidas de tempo tinham por base fenômenos naturais repetitivos, tendo em vista que, antecedendo à invenção da escrita, a humanidade não possuía conhecimentos acerca da construção de artefatos que os auxiliassem na medição do intervalo de tempo.

Os fenômenos periódicos mais utilizados foram os movimentos dos corpos celestes que passaram a determinar as estações do ano, os meses e os anos. Assim, é possível afirmar que os fenômenos celestes é que determinavam o período de fertilidade da terra e o comportamento dos animais, grande preocupação de todos os povos.

Para os camponeses, os horários eram aproximados: o clima, o alvorecer e o pôr do sol ditavam seus ritmos. Mas as horas tinham uma importância central para os habitantes das cidades, já iniciados na onda da quantificação pela compra e venda².

É importante sabermos que:

[...] Para muitas pessoas, o tempo se afigurava um fluxo não fracionado. Assim, os experimentadores e inventores passaram séculos tentando medi-lo, imitando sua passagem contínua, isto é, o fluxo da água, de areia, de mercúrio, de porcelana moída, e assim por diante – ou a combustão lenta e regular de

⁷ <https://www.infoescola.com/historia/a-origem-da-contagem-do-tempo/>

⁸ Período Paleolítico: 3 milhões de anos atrás até cerca de 10.000 a. C.

⁹ Período Neolítico: iniciou por volta de 8.000 a. C. (último período pré-histórico)

uma vela longe do vento. Mas ninguém jamais concebera um modo prático de medir períodos longos por esses meios. A substância em movimento tornava-se gelatinosa, congelava, evaporava ou se coagulava, ou então a vela queimava num ritmo perversamente rápido ou perversamente lento, ou então se derretia – alguma coisa saía errada.

A solução do problema tornou-se possível quando se parou de pensar no tempo como um continuum regular e se começou a pensar nele como uma sucessão de quantidades. (CROSBY, 1999, p. 85)¹⁰

Talvez esteja aí a comprovação de que a capacidade de medir o tempo não se desenvolve até que se perceba que os acontecimentos são separados por intervalos de tempo.

A medição do tempo e a relação com os movimentos da Terra e da Lua

O primeiro instrumento para medição do tempo tem sua invenção já na pré-história: o relógio de sol. Era uma simples haste fincada no chão, mas não temos como saber quem foram os seus inventores¹¹. Esse instrumento foi, até o período do Renascimento, a principal maneira de o homem controlar a passagem do tempo. Seu funcionamento é fácil de explicar, ou seja, o sol incide sobre ele e a sombra da haste indica a hora. Mas, para funcionar corretamente é preciso que o relógio esteja perfeitamente orientado segundo os pontos cardeais.

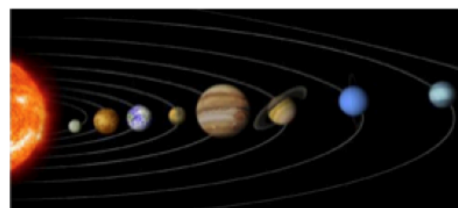
Assim, a relação da passagem do tempo com a movimentação da sombra é uma forma importante de ser observada. Sabe-se que a movimentação da sombra no solo de nosso planeta, está relacionada aos movimentos de rotação e translação que a Terra realiza em relação ao Sol. O astrônomo, físico e matemático que comprovou esse fato foi Galileu Galilei, nascido em 1564, em Pisa, na Itália¹².

¹⁰ CROSBY, A. W. A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental 1250-1600. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

¹¹ Texto extraído da Revista Ciência Hoje das Crianças. Como foi criado o relógio de sol? Disponível em <http://chc.cienciahoje.uol.com.br/como-foi-criado-o-relogio-de-sol/> Acesso em 20/06/2013.

¹² Texto extraído de http://www.portaldoastronomo.org/tema_pag.php?id=39&pag=2. Acesso em 20/06/2013.

Galileu encontrou provas claras de que os astros orbitam em torno do Sol e não da Terra, o sistema chamado heliocêntrico. Galileu concluiu também que nossa Lua gira em volta da Terra.



http://www.cdcc.sc.usp.br/ciencia/artigos/art_19/semana.html.
Acesso em 04/06/2014

Estas comprovações foram muito importantes no desenvolvimento da humanidade e esses são os fenômenos utilizados para medição do tempo.

Os movimentos de rotação e translação da Terra

A Terra faz parte de um sistema planetário e, assim como outros astros, executa vários movimentos¹³. Dentre eles, destacam-se:

Movimento de Translação: giro da Terra ao redor do Sol.

- Como ocorre: segue um caminho elíptico, quase circular, denominado órbita.
- Período de tempo: 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 48 segundos (um ano).



<http://crv.educacao.mg.gov.br> Acesso em 04/06/2014.

Movimento de Rotação: giro da Terra em torno de seu eixo.

- Sentido do movimento: de oeste para leste.
- Período de tempo: 23 horas, 56 minutos e 4 segundos (um dia, arredondado para 24 horas).

¹³ Texto extraído de <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9504/movimentos.swf>. Acesso em 20/05/2013.

- Consequências: parte da superfície da Terra fica voltada para o Sol, sendo amplamente iluminada (dia), enquanto a outra parte, oposta ao Sol, permanece no escuro (noite), resultando a sucessão dos dias e noites, e os fusos horários.



Os conceitos de ano, mês, semana e dia

Desde a pré-história o homem é deslumbrado pela sucessão dos dias e das noites e pelo desenrolar das fases da Lua. Esses fenômenos mais evidentes é que conduziram às noções de dia e de mês. A noção de ano é menos evidente e foi só com o desenvolvimento da agricultura que os povos primitivos se aperceberam do ciclo das estações. São, portanto, o dia, o mês lunar (ou lunação) e o ano os períodos astronômicos naturais utilizados no calendário¹⁴.

O dia solar é o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo meridiano de um lugar, e tem em média 23 h 56 min e 4 s. Utiliza-se o dia com a duração de 24 horas. Esse dia, definido em função do dia solar médio, começa à meia-noite e termina à meia-noite seguinte.

O mês lunar ou lunação, intervalo de tempo entre duas conjunções consecutivas da Lua com o Sol, não é um valor constante. Varia entre 29 dias e 6 horas e 29 dias e 20 horas. O seu valor médio, conhecido com grande precisão, é de 29 d 12 h 44 min e 2,8 s.

O ano sideral, duração da revolução da Terra em torno do Sol, é igual a 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 48 segundos.

¹⁴ MARQUES, M. N. Origem e evolução do nosso calendário. Disponível em <http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/HO1orige.htm>. Acesso em 28/06/2013.

A visualização da passagem do tempo está relacionada ao movimento das sombras provocadas pelo Sol. Além da Terra girar em torno do Sol, a Lua gira em torno da Terra. Dessa forma, pode-se visualizar a Lua dependendo de como o Sol a ilumina, ou seja, apesar de a Lua ser sempre a mesma, quando a observamos no céu podemos vê-la com aspectos diferentes.



A observação das fases da Lua, com intervalos de 7 dias, levou o ser humano a criar as semanas. Esse é o intervalo aproximado entre a Lua cheia e o quarto minguante.

Para facilitar a organização da vida econômica, social e política os astrônomos arredondaram o ano para 365 dias. O ano se divide em 12 meses, cada mês possui 28 (ou 29), 30 ou 31 dias e, cada dia possui 24 horas. As 5 horas, 48min e 48s restantes são somadas e incorporadas, a cada 4 anos, ao mês de fevereiro (ano bissexto) que, de 28 dias passa a possuir 29 dias. Portanto, o ano, para ser bissexto, precisa ser divisível por 4. E, somando-se a isso, os anos terminados em 00, para que sejam bissextos, precisam ser divisíveis por, além de 4, 400. Isso significa que o ano 2000 foi bissexto, pois 2000 é divisível por 4 e por 400. Já o ano 1900 não foi bissexto, pois é divisível por 4, mas não por 400.

Os conceitos de hora, minuto e segundo

Os sumérios, povo localizado no extremo sul da Mesopotâmia antes da ocupação dos babilônios, possuíam três sistemas diferentes de contagem: um deles na base 5; um outro na base 12; um outro na base 60. O sistema de base 60, ou sexagesimal, criado por esse povo, originou conceitos usados até hoje, como por exemplo, a medição de ângulos (360 graus) e a medição do tempo, utilizando a hora de 60 minutos.

Segundo Ifrah (2005)¹⁵, os sumérios tinham o hábito de subdividir o dia em doze partes iguais, denominadas *danna*, cada uma equivalendo a duas de nossas horas, por isso o dia possui 24 horas. Dividiram também o ano em 12 meses, baseados no tempo para plantar e para colher¹⁶.

A hora é subdividida em 60 minutos e o minuto é subdividido em 60 segundos. Existem várias versões do motivo de se utilizar a base sexagesimal para estas subdivisões. Na mais famosa, os responsáveis foram os egípcios e os babilônios. O calendário da turma do faraó tinha 360 folhinhas, eram 12 meses, com 30 dias cada um. Como 360 dividido por 6 é igual a 60, número apreciado pelos babilônios, eles dividiam o círculo em 60 partes e, por coincidência, fizeram o mesmo com as horas e os minutos até chegarem aos segundos¹⁷.

Hoje, o segundo é a unidade de medida padrão de tempo, definida pelo Sistema Internacional de Unidades (SI). Durante muito tempo, a divisão do tempo teve por base a rotação da Terra em torno de seu eixo (dia) e sobre a revolução em torno do Sol (ano), mas as medições de tempo mostram que esses dois movimentos não são suficientemente constantes para garantir a obtenção de uma unidade de medida regular e precisa. Por isso, desde 1967, o segundo é definido a partir da duração de uma transição eletrônica entre dois níveis específicos de energia, entre os níveis hiperfinos do estado padrão não perturbado, num átomo puro de Césio. Por definição, o segundo inclui 9.192.631.770 períodos dessa radiação. Dito de outra forma, a frequência desta radiação é, de acordo com a escolha do segundo, igual a 9.192.631.770 Hz, ou seja, durante um segundo, podem ser efetuados, por definição, 9.192.631.770 períodos desta radiação escolhida no átomo de Césio 133.

Não podemos esquecer, também, que

Tanto o Sol como a Terra têm um movimento em torno do chamado centro de massa do sistema solar, que leva em conta os efeitos gravitacionais dos planetas e outros corpos do sistema. Como a massa do Sol representa mais de 99% do total, essa posição fica muito próxima ao próprio centro do Sol, mas não é verdadeiramente fixa, pois se modifica em função dos movimentos de todos os corpos planetários e outros. Ainda assim, em termos práticos, o Sol não se movimenta em relação aos planetas.

Mas não é verdade que o Sol não se movimenta. Carregando consigo todo o sistema solar, nosso astro-rei faz uma viagem de aproximadamente 250 milhões de anos ao redor da Via-Láctea, a nossa galáxia. Ela também não está

¹⁵ IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

¹⁶ PIETRO, A. C. S. Contar o tempo: como surgiu essa ideia? Disponível em <http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=419>. Acesso em 06/08/2013.

¹⁷ FURUKAUA, C. Por que um minuto tem 60 segundos? Disponível em <http://revistagalileu.globo.com>. Acesso em 21/06/2013.

imóvel e se move junto com o grupo local de galáxias – é o processo de expansão do próprio universo.¹⁸

¹⁸ <http://cienciahoje.org.br/coluna/o-sol-vai-parar/> Acesso em 22/06/2014.

A organização do ensino e as situações desencadeadoras de aprendizagem para medida de tempo

Por meio das atividades de ensino proposta a seguir, procuramos destacar as ações relacionadas aos aspectos considerados essenciais para que os estudantes compreendam os nexos conceituais de medida, conforme já descrito na introdução do fascículo, dados por:

- * Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno;

- * A comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual);

- * A medida da grandeza a partir de uma unidade de medida (comum ou padrão).

1º eixo: O tempo separado em intervalos com fronteiras de eventos naturais

Material sugerido para ser utilizado nessa etapa da atividade de ensino:

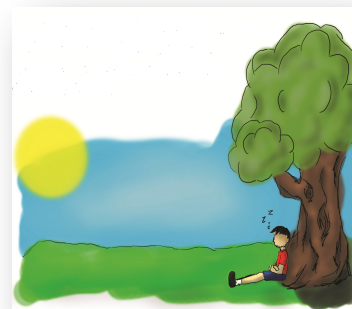
- Na ação 1: pedaço de madeira com haste grossa; barbante; fita crepe;
 - Na ação 2: lanterna; globo terrestre; giz; lâmpada; bola de isopor;
 - Na ação 3: folhas para confecção de calendários; cartolinas.
-

A situação desencadeadora de aprendizagem proposta é desenvolvida por meio da História Virtual “Galileu e a sombra da árvore”. O objetivo é estimular a percepção das crianças da passagem do tempo por meio dos eventos naturais e, com isso, introduzir os conceitos de dia e noite, como forma de organizar o calendário. E após, introduzir o calendário como instrumento organizador das atividades diárias.

História virtual – 1ª parte: Galileu e a sombra da árvore¹⁹

Galileu era um menino muito curioso e, ao lado de sua irmã, Celeste, vivia questionando o avô, Sr. Saturnino, que gostava muito de contar histórias para tentar responder às perguntas das crianças.

Certo dia, Galileu estava brincando no quintal de sua casa e, como estava cansado, acabou adormecendo na sombra de uma árvore. Dormiu, dormiu por um bom tempo e, quando acordou, ficou assustado porque não estava mais sob a sombra da árvore, mas sim sob o sol que lhe queimava as bochechas.



- Ora! – pensou ele – Será que a árvore mudou de lugar? Ou será que sou sonâmbulo e quem mudou de lugar dormindo fui eu?

Movimento do conceito:
- Identificação da grandeza

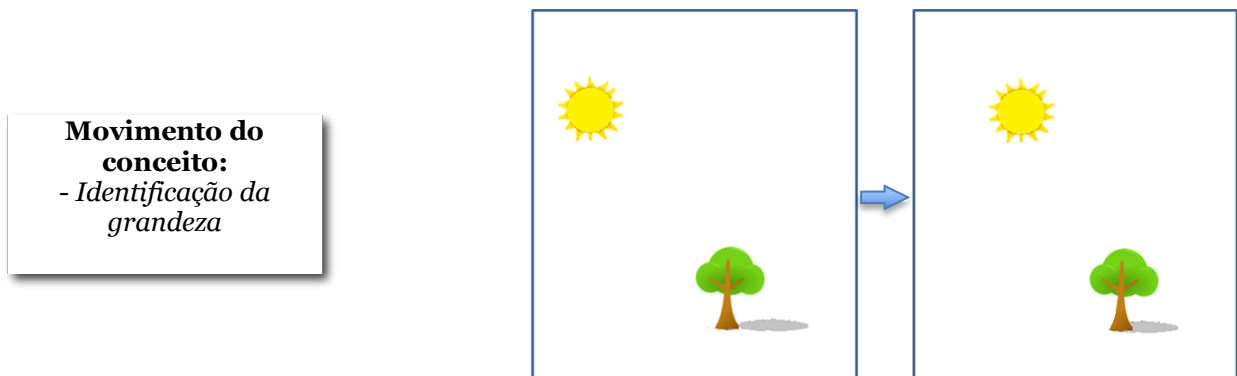
Questão desencadeadora: - Como podemos ajudar Galileu a descobrir o que aconteceu?

Nesse momento, as crianças poderão levantar suas hipóteses propondo respostas para a dúvida do personagem Galileu e, após momentos de discussão coletiva, poderão levar o questionamento para casa, perguntar às pessoas que moram com elas e, se possível, observar a sombra de uma árvore ou de um poste, por exemplo, para verificar se a sombra realmente muda de lugar conforme passa o tempo.

No dia seguinte, uma nova discussão coletiva pode ser realizada com as reflexões trazidas pelas crianças. Com o objetivo de fazer uma síntese para resposta à dúvida do personagem Galileu, as crianças, junto com o professor, poderão fazer uma observação do que ocorre com a sombra de uma árvore (como descrito a seguir) na escola e, após uma discussão coletiva, a segunda parte da história virtual poderá ser inserida para que verifiquem a solução encontrada pelo personagem Galileu.

¹⁹ As ilustrações para esta história foram criadas por Cindy Pirani Lopes.

Observando a sombra- com o objetivo de mostrar às crianças que a passagem do tempo pode ser percebida através do movimento de sombras produzidas na relação com a luz do Sol, o professor poderá levá-las a um local onde possam observar a sombra de uma árvore, de um poste, ou de qualquer outro objeto em momentos diferentes. Por exemplo, podem observar a sombra às 8 horas e depois às 11 horas (como ilustram as figuras a seguir).



Movimento do conceito:
- Identificação da grandeza

História virtual – 2ª parte: Galileu encontra a resposta com vovô Saturnino

Galileu, então, muito curioso como ele só, resolveu observar a árvore por um tempo.

- Sei que não andei enquanto dormia. E, se esta árvore resolver mudar de lugar, eu pego ela!

Ficou observando a árvore por um bom tempo, mas, para sua surpresa, o que mudava de lugar era a sombra da árvore por si só. Então, começou a observar o céu e, depois de um tempo, concluiu:

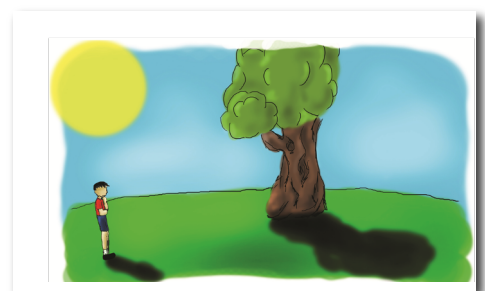
- Ah! É o Sol que está se movendo.

Saiu correndo e chamou Celeste dizendo:

- Celeste, olhe só o que descobri! O Sol, ao se movimentar, faz com que a sombra das coisas mude de lugar.

- Ah! Que bela descoberta! – disse Celeste – Isso eu já havia observado.

Foi nesse momento que o vovô Saturnino entrou em cena.



- Crianças – disse vovô Saturnino – vocês fizeram uma observação muito interessante sobre a sombra. Mas, na verdade, como estamos na Terra, temos a impressão de que o Sol é que se move.

- Como assim? – disse Celeste – O Sol não está se movendo?

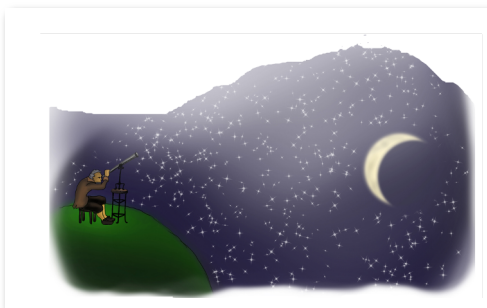
- Pois é, Celeste. – disse vovô – Isso realmente é o que parece para nós. E vocês sabiam que as pessoas acreditaram nisso por muito e muito tempo?

Completando sua história, vovô disse:

- Somente depois de muito estudo e muita pesquisa de um homem chamado Galileu...

- Galileu! O seu nome – interrompeu Celeste, se dirigindo a seu irmão.

- Puxa, eu não sabia que meu nome era tão importante – completou Galileu – Mas, vovô, o que esse homem descobriu?



- Ah! No ano de 1609 ele apontou uma luneta para o céu e, depois de muita observação e muitos cálculos, mostrou que a Terra girava em torno do Sol. E mais ainda: que a Terra gira em torno de si mesma.

- Vovô! Esse tal de Galileu, não eu, é claro, não estava maluco? Nós não sentimos a Terra girar.

– disse Galileu.

Vovô Saturnino sorriu para Galileu e disse:

- Temos a sensação de que a Terra está parada porque giramos com ela e não percebemos seus movimentos. Assim, o Sol é que parece se movimentar.

- Mas, não se preocupem crianças – completou vovô – A surpresa de vocês não é maior que a surpresa das pessoas que conviviam com ele. Por muitos anos, as pessoas não acreditaram em Galileu.

Vale saber:

Tanto o Sol como a Terra têm um movimento em torno do chamado centro de massa do sistema solar, que leva em conta os efeitos gravitacionais dos planetas e outros corpos do sistema. Como a massa do Sol representa mais de 99% do total, essa posição fica muito próxima ao próprio centro do Sol, mas não é verdadeiramente fixa, pois se modifica em função dos movimentos de todos os corpos planetários e outros. Ainda assim, em termos práticos, o Sol não se movimenta em relação aos planetas.

Mas não é verdade que o Sol não se movimenta. Carregando consigo todo o sistema solar, nosso astro-rei faz uma viagem de aproximadamente 250 milhões de anos ao redor da Via-Láctea, a nossa galáxia. Ela também não está imóvel e se move junto com o grupo local de galáxias – é o processo de expansão do próprio universo.

<http://cienciahoje.org.br/coluna/o-sol-vai-parar/>

- Mas, vovô. – disse Celeste – Que coisa mais estranha não percebermos que estamos girando com a Terra.

Vovô então respondeu:

- Vocês já observaram o que ocorre quando estamos dentro de um ônibus indo para algum lugar? Se vocês olharem a paisagem enquanto o ônibus anda, não parece que é a paisagem que se mexe? Pois é, é isso o que ocorre conosco em relação à Terra. O que parece é que o Sol é que se move.

- Ah! Tive uma ideia! – disse vovô muito empolgado – Que tal construirmos uma maquete ou imitarmos os principais movimentos que a Terra realiza? Assim podemos entender melhor a relação dos movimentos da Terra com o dia, a noite, o ano etc.

- Vovô! – disse Celeste – Com isso o senhor consegue nos mostrar por que quando é dia no Brasil, no Japão é noite?

- O que? – perguntou Galileu – Isso é verdade, vovô?

- É verdade, Galileu. – respondeu vovô – quando é dia no Brasil, é noite no Japão. E, com esta imitação poderemos entender o porquê ocorre isso.

- Legal, vovô! – disse Celeste muito empolgada. – Estou super curiosa.

- Eu também, vovô! – disse Galileu – Agora sim vou ter mais orgulho de meu nome. Então, vamos?

Fim

Ações a serem desenvolvidas como complemento para a história virtual

Ação 1: Comparar variações do tempo por meio do movimento de sombras.

Como mencionado anteriormente, para medir o tempo é preciso fazer uso de instrumentos, mas, por ser uma grandeza que está associada a processos e não pode materializar-se em objetos físicos, para medi-lo é preciso que o façamos de forma indireta utilizando outras grandezas. No caso da medição do tempo pela observação do movimento de sombras, podemos fazê-la utilizando a grandeza comprimento. Esse será o primeiro ensaio para realizarmos o segundo princípio básico da medição: a comparação. Também, nesse experimento, usaremos a primeira percepção do homem sobre a passagem do tempo: o movimento das sombras. Vale ressaltar que não nos interessa, nesse primeiro momento, fazer a medição do tempo expressando-o numericamente, ou seja, não nos interessa definir uma unidade de medida. O objetivo é estimular que as crianças percebam quando passou mais ou menos tempo através da comparação. Para isso, sugerimos a seguinte experiência:

Movimento do conceito:
- Identificação da grandeza
- Comparação entre grandezas de mesma natureza

Em um dia bem ensolarado, o professor, utilizando um pedaço de madeira com uma haste grossa, coloca o objeto debaixo do Sol no início da aula. A seguir, pede para as crianças observarem o tamanho da sombra que o objeto produz fazendo uma marca no chão, no local onde ela termina (Passo 1 ou Passo 6). Conforme são apresentados nas figuras a seguir.

Essa observação e a marcação devem ser feitas mais três vezes, ou seja, após um tempo (de pelo menos 1 hora), as crianças observam novamente a sombra do objeto fazendo uma nova marca no chão, no local onde ela termina (Passo 2 ou Passo 7). Após mais um tempo, é feita uma terceira marcação (essa é a terceira) (Passo 3 ou Passo 8). E, para finalizar, após mais um tempo é feita a última marcação (Passo 4 ou Passo 9). É importante que as quatro marcações sejam realizadas só no período da manhã ou só no período da tarde (sequência 1 ou sequência 2, nas figuras apresentadas a frente).

Nesse momento, o professor pede que as crianças cortem três pedaços de barbante: o primeiro vai da primeira marcação até a segunda (Passo 2 ou Passo 7); o segundo, da primeira marcação até a terceira (Passo 3 ou Passo 8); e, o terceiro pedaço, da primeira marcação até a quarta (Passo 4 ou Passo 9).

Com isso, temos a representação da passagem de **três intervalos de tempo**: (A) representação do tempo que passou do instante que observaram a sombra pela primeira vez até o instante que a observaram pela segunda vez; (B) representação do tempo que passou do instante que observaram a sombra pela primeira vez até o instante que a observaram pela terceira vez; e (C) representação do tempo que passou do instante que observaram a sombra pela primeira vez até o instante que a observaram pela quarta vez (Passo 5).

Nesse caso, utilizamos a grandeza comprimento para expressar a passagem do tempo.

Utilizando os três pedaços de barbante A, B e C, o professor passa a realizar comparações entre os comprimentos dos barbantes e relacioná-los à passagem do tempo. Pedaço maior, mais tempo. Pedaço menor, menos tempo. Pedaços iguais, mesmo tempo.

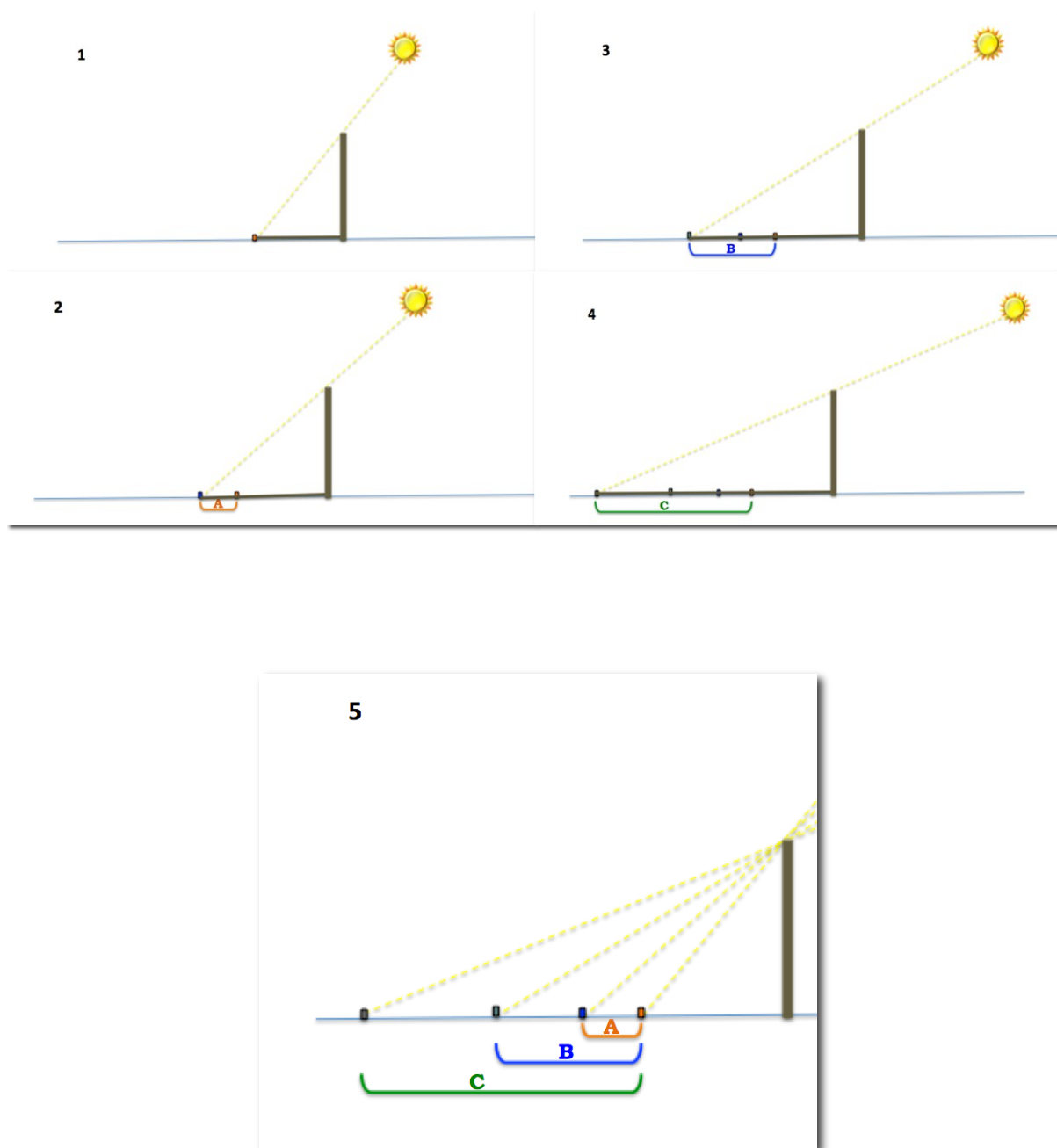
Se o barbante A tem comprimento menor que o barbante B, e B tem comprimento menor que o barbante C, então (pela transitividade) o barbante A tem comprimento menor que o barbante C.

Relacionando com a medição do tempo: se o tempo A é menor que o tempo B, e o tempo B é menor que o tempo C, então, o tempo A é menor que o tempo C.

As figuras a seguir mostram as ações desenvolvidas nessa experiência

Sequência 1: (A sombra aumenta conforme o tempo passa, de acordo com o movimento da Terra em relação ao Sol)

Figura 2: Sombra aumenta conforme passa o tempo – passos de 1 a 5

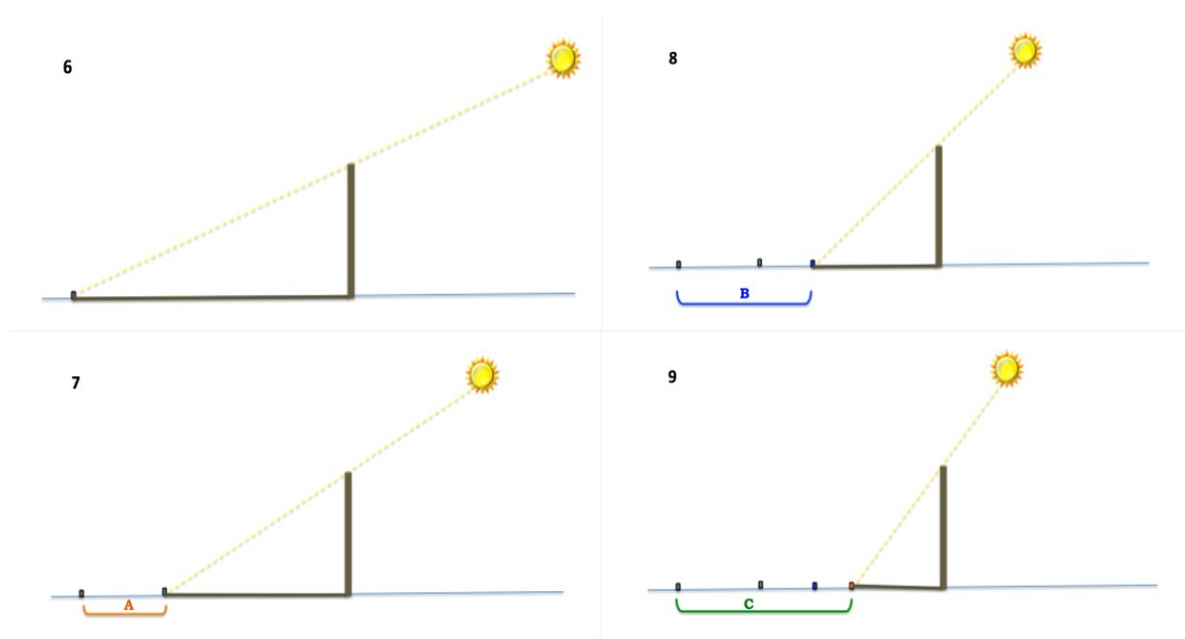


Fonte: acervo do projeto.

Ou

Sequência 2: (A sombra diminui conforme o tempo passa, de acordo com o movimento da Terra em relação ao Sol)

Figura 3: A sombra diminui conforme o tempo passa – passos de 6 a 9



Fonte: acervo do projeto.

Ação 2: Representar os movimentos da Terra.

O objetivo desta interação é fazer com que as crianças entendam a ocorrência do dia e da noite e, como consequência também dos movimentos da Terra, a movimentação das sombras. Ao perceberem a ocorrência do dia e da noite, começarão a perceber a passagem do tempo e, com isso, poderão tomar consciência da primeira relação do conceito de medida: o reconhecimento da grandeza. A segunda relação do conceito de medida também está presente nesta ação, quando as crianças passam a fazer comparações entre a passagem do tempo em relação ao dia ou à semana, por exemplo. E, por fim, a terceira relação, ao determinar o dia como uma unidade de medida de tempo.

Movimento do conceito:

- Identificação da grandeza
- Comparação entre grandezas de mesma natureza
- Definição de uma unidade de medida (dia, ano)

A dramatização poderá ser feita selecionando uma criança para representar o Sol e uma para representar a Terra. O professor poderá colocar o Sol dentro de uma elipse, quase circular, desenhada no chão. A criança que representa a Terra poderá segurar um globo terrestre no alto de sua cabeça e, para simular os movimentos da Terra poderá se mover em cima da elipse bem devagar e, ao mesmo tempo, girando em torno de si mesmo. A cada volta em torno de si mesmo, a criança demonstra as 24 horas do dia e, a cada volta completa na elipse, a criança demonstra o ano. A criança que está representando o Sol poderá segurar uma lanterna que deverá acompanhar a Terra, iluminando-a, ao mover-se em cima da elipse.

Nesse movimento, o professor pode ressaltar o local do Brasil e do Japão no globo terrestre para que as crianças verifiquem o que a personagem Celeste perguntou a seu avô Saturnino (quando é dia no Brasil, no Japão é noite).

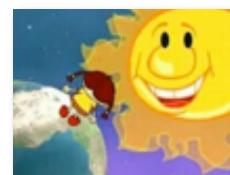
A representação dos movimentos da Terra também pode ser feita através de maquetes utilizando uma lâmpada para representar o Sol e uma bola de isopor para representar a Terra.

Lembrando que, carregando consigo todo o sistema solar, nosso astro-rei faz uma viagem de aproximadamente 250 milhões de anos ao redor da Via-Láctea, a nossa galáxia, o professor pode complementar a dramatização fazendo com que todos caminhem juntos, simulando tal movimento.

Por meio desses experimentos, o professor pode apresentar de forma manipulável os movimentos de rotação e translação da Terra e promover discussões de modo que as crianças verifiquem a relação entre os movimentos e as unidades de tempo definidas (dia e ano).

Também há a possibilidade de utilizar um vídeo para a visualização dos movimentos da Terra.

Sugerimos o vídeo: “Kika – De onde vem o dia e a noite?” disponível no Youtube: www.youtube.com/watch?v=JmVHdiTei_Y.



Um outro vídeo interessante é “Doki descobre o dia e a noite” disponível também no Youtube:

www.youtube.com/watch?v=ZIJNodDjWv8.



Outra possibilidade, para o estudo do movimento das sombras, é a construção de uma maquete utilizando embalagens de produtos que as crianças podem levar à escola e com eles, desenvolverem representações de prédios, casas, árvores e postes compondo uma cidade. Utilizando uma lâmpada, o professor pode fazer experiências para verificar o movimento da sombra em diferentes posições da lâmpada que representa o Sol. Mas, nesse momento é importante que se movimente a maquete e não a lâmpada para que os alunos não confundam o que foi estudado até o momento.

Podemos consultar sites como: <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/mas.htm>, que nos mostra importantes informações a respeito do “movimento anual do Sol e as Estações do ano”; <http://cienciahoje.uol.com.br/alo-professor/intervalo/2011/11/o-sol-em-movimento/?searchterm=O%20Sol%20em%20movimento>, que trabalha com o mesmo tema, de maneira mais explicativa.

Há também livros infantis interessantes que podem ser usados para complementar o trabalho do professor, como por exemplo, “Dia e noite” de Giselle Vargas.



Para promover a compreensão das relações entre luz e sombra, os trabalhos “sombras” e “sombras no espaço” propostos pelo Laboratório de Pesquisa e Ensino de Física (LAPEF) da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), podem contribuir na construção de uma proposta interdisciplinar interessante e consistente. Esses trabalhos podem ser encontrados no site do LAPEF, <http://paje.fe.usp.br/estrutura/midiavirtual.htm>.

Ação 3: Usar um instrumento para controle da variação do tempo (o calendário).

O calendário é um instrumento de controle do tempo que se aperfeiçoou ao longo da história da humanidade. Atualmente, lidamos com um calendário bastante preciso e sincronizado com os movimentos que a Terra realiza.

Compreender sua organização em 12 meses e a existência de meses com 28, 29, 30 e 31 dias não é uma tarefa muito simples. Há razões históricas e matemáticas envolvidas.

Relacionar a passagem dos dias e das noites, das estações do ano com os movimentos de rotação e translação da Terra demandam certo nível de maturidade e abstração.

Por outro lado, trata-se de um instrumento muito utilizado no contexto diário.

É por esse motivo que sugerimos o trabalho com o calendário no Ensino Fundamental I, já a partir do 1º ano, focando seus aspectos procedimentais, para que as crianças gradativamente se apropriem desse complexo e preciso instrumento de medida e controle do tempo.

Juntamente com o calendário, é fundamental que se apresente diariamente a rotina do dia aos alunos. Para além do trabalho com a sequência de atividades a serem realizadas no período, a apresentação da rotina transmite aos alunos a segurança de prever os fatos que acontecerão ao longo do dia. O conceito de passagem do tempo é tratado através da marcação das atividades já realizadas.

Além da rotina, a sugestão é que, diariamente, o professor reserve um momento de sua aula para a “marcação do calendário”. Para isso, é interessante que cada aluno tenha o seu calendário individual e o professor proponha o uso de uma versão ampliada e fixada nos murais da sala. Um cartaz com os dias da semana e outro com os meses do ano fixados em locais de visualização fácil, se constituem como material de consulta.

Movimento do conceito:

- *Identificação da grandeza*
- *Comparação entre grandezas de mesma natureza*
- *Definição de uma unidade de medida (dia, semana, mês, ano)*



As noções de ontem, hoje e amanhã também podem ser trabalhadas no dia a dia através do calendário. É importante que o professor faça perguntas como: “que dia é hoje? ”, salientando a necessidade de uma resposta completa contendo o dia, o mês e o dia da semana. Os dias que já se passaram devem ser marcados no calendário com um X reforçando a passagem do tempo e as atividades, registradas a cada dia. É necessário manter uma diversidade de abordagens na realização diária do calendário, como por exemplo, num dia o professor pergunta “quantos dias faltam para o aniversário de um colega? ” E “quantos dias se passaram no mês? ”, em outro dia, “quantos meses faltam para terminar o ano?” e “quantos dias tem uma semana?”. Enfim as possibilidades de arranjo são inúmeras e devem ser exploradas de forma variada e dinâmica para que a atividade não se torne enfadonha.

O calendário individual do aluno pode contar com uma capa (para identificar, proteger e personalizar o material), um calendário anual e na sequência os calendários mensais com espaço para registro em cada dia do mês. Esse material pode ser encadernado e entregue aos alunos logo no início do ano.

Segue um modelo de calendário individual.

Figura 4: Modelo de calendário individual



CALENDÁRIO 2012

NOME: _____

1º ANO III - PROFESSORA KAMILA

2012						
JANEIRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				
FEBREIRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
	1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	11	
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29			
MARÇO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
		1	2	3	4	
5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31
ABRIL						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					
MAIO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		
JUNHO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		
JULHO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				
AGOSTO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	
SETEMBRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	
OUTUBRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				
NOVEMBRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	
DEZEMBRO						
domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

JANEIRO 2012

DOMINGO	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	SÁBADO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

FEBREIRO 2012

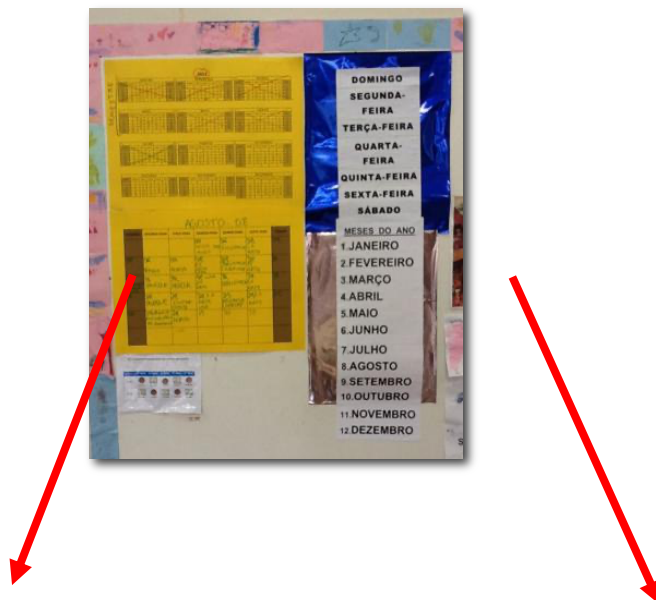
DOMINGO	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	SÁBADO
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29			

Fonte: arquivo do projeto.

As crianças se apropriam sem grandes dificuldades dos procedimentos de marcação diária para registrar os dias que já passaram no calendário, assim como os finais de semana, feriados e datas significativas para a turma, como aniversários, saídas de estudo, festas da escola etc. Além do registro dessas datas, é importante contar e/ou estimar o número de dias que faltam para a chegada destas “datas especiais”, tornando o trabalho diário com o calendário ainda mais significativo para as crianças.

À medida que os meses acabam, também é importante fazer a marcação no calendário anual, indicando sua passagem. Também é válido que os calendários dos meses que já passaram não sejam descartados ou mesmo guardados no armário. Sugerimos a escolha de uma parte das paredes da sala de aula para afixá-los de modo que as crianças visualizem e, porque não dizer, ritualizem a passagem dos meses ao longo do ano, percebendo que os mesmos vão ocupando as paredes da sala de aula.

Figura 5: Exemplo de uma situação de sala de aula.





Fonte: acervo do projeto.

O que pode parecer uma atividade rotineira, o que de fato é, acaba por construir conceitos matemáticos importantes relacionados à sequência numérica e à contagem. Por exemplo: Se hoje é dia 15 e vamos ao zoológico no dia 27, quantos dias faltam para irmos ao zoológico? Além do questionamento se configurar como uma situação-problema, o momento da resolução coletiva pode problematizar questões como a contagem ou não dos dias 15 e 27. Estabelecer o dia atual como o “marco zero” não é um saber óbvio.

Outra possibilidade de trabalho é o registro das atividades permanentes como: ida à biblioteca, ao parquinho, os dias de aulas de Educação Física e Arte etc. No início, esse trabalho pode ser feito semana a semana. Com o tempo, as crianças acabam percebendo a regularidade desses registros, não só pela frequência das atividades (toda terça-feira vamos à biblioteca) como pela sua disposição na tabela mensal (a coluna da terça-feira fica toda marcada com o registro que indica a ida à biblioteca). Relacionar os dias da semana com atividades permanentes colabora na apropriação dos dias da semana pelos alunos, de forma significativa.

Gradativamente, ao longo do ano, o professor pode convidar os alunos a ajudá-lo a completar seu calendário. O registro dos dias permite o exercício de escrita da sequência numérica que compõe os dias do mês em questão. Saber que o mês de novembro inicia em uma quarta-feira porque o mês de outubro acabou em uma terça-feira também não é um conhecimento óbvio.

Lições de casa ou de classe problematizando o uso do calendário também podem ser oferecidas no intuito de sistematizar algumas questões trabalhadas em sala.

Figura 6: Modelo de lição de casa.

LIÇÃO DE CASA

Nome: _____

Nº _____ 1º EF _____ DATA: ____/____/____

3) COMPLETE OS DIAS QUE FALTAM NOS MESES DE MAIO E JUNHO:

MAIO 2011

DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10				
					20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

JUNHO 2011

DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20					
			30			

OS “DIAS DE AULA” SÃO: SEGUNDA, TERÇA, QUARTA, QUINTA E SEXTA.
OS “DIAS DE DESCANSO” SÃO: SÁBADO, DOMINGO E FERIADOS.

2) RESPONDA:

A) QUANTOS “DIAS DE AULA” TIVEMOS NO MÊS DE MAIO? _____

B) QUANTOS “DIAS DE AULA” TEREMOS NO MÊS DE JUNHO? _____

C) QUANTOS “DIAS DE DESCANSO” TIVEMOS NO MÊS DE MAIO? _____

D) QUANTOS “DIAS DE DESCANSO” TIVEMOS NO MÊS DE JUNHO? _____

LIÇÃO DE CASA

Nome: _____

Nº _____ 1º EF _____ DATA: ____/____/____

JULHO 2011

DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

1) Pinte de vermelho o dia 2, dia da festa da aplicação.

2) Pinte de azul o dia 27, dia em que voltamos para a escola.

3) Pinte de verde os dias das nossas férias.

4) Desafio: quantos dias ficamos em férias? _____

5) Brincamos de caça ao tesouro do Saci no dia 29.
Faça uma marca especial nesse dia.

Fonte: acervo do projeto.

Sendo esse trabalho com o calendário gradativo, já iniciado no 1º ano do EF, seria interessante que, no 2º ano do EF, na continuidade do trabalho, os alunos recebessem o mesmo calendário para se organizarem nas rotinas escolares, porém, com o desafio de preencher os dias dos meses do ano, novamente pela observação das regularidades e lógica da estrutura do calendário.

Nesse contexto de uso social do calendário, é possível introduzir no 2º ou 3º ano do EF o uso da agenda para anotações mais extensas como dias de provas e conteúdo a serem estudados, dias de saídas de estudo, materiais que deverão ser levados para a escola, entre outros. Além do maior grau de detalhamento dos registros, os alunos terão a oportunidade de ver o calendário organizado em formato de agenda.

Acreditamos que, dessa maneira, os alunos podem se apropriar do uso desse instrumento de controle do tempo, de modo a compreender as futuras problematizações relacionadas aos conceitos envolvidos na construção do atual modelo de calendário.

A partir do 3º ano do EF, aproveitando a maturidade dos alunos, as origens e a história do calendário podem ser retomadas. Os alunos já têm condições de refletir sobre um tempo mais longo que as 24 horas de um dia. Assim, através de um trabalho interdisciplinar entre matemática, geografia e ciências, o professor pode problematizar a construção do calendário a partir da passagem dos dias e das noites, das fases da lua, das estações do ano. Trabalhar com a ideia de ciclo, dos ciclos da natureza.

Sugestões de outras ações

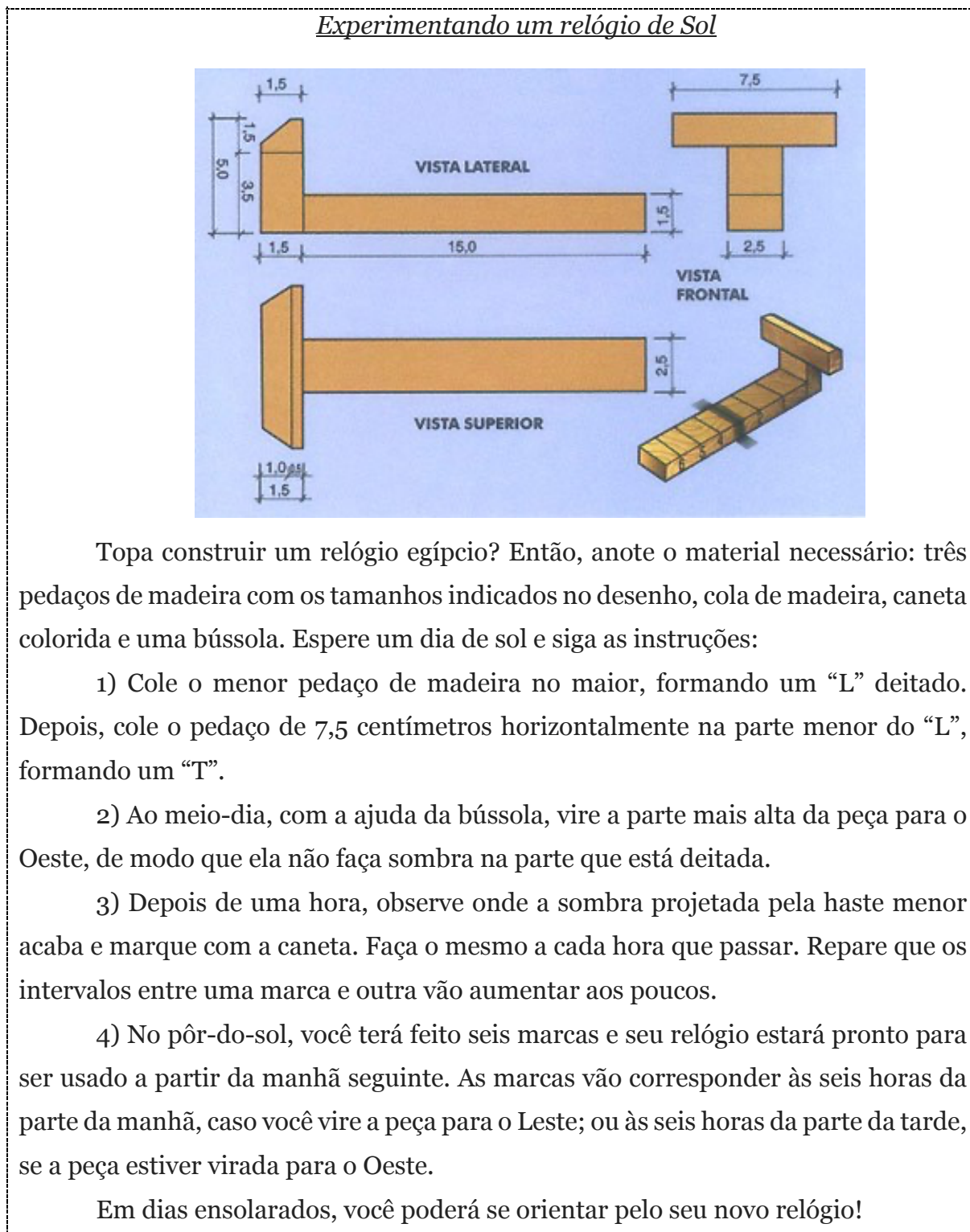
Outra forma interessante para problematizar a passagem do tempo é plantar sementes de alpiste, grama ou feijão, estudar a evolução das plantas e fazer comparações entre o desenvolvimento das mesmas. Qual leva mais tempo para brotar? Qual leva menos tempo? Entre outras questões.

Movimento do conceito:

- Identificação da grandeza
- Comparação entre grandezas de mesma natureza

Uma sugestão de atividade prática pode ser a construção de um relógio de sol. No site <http://chc.cienciahoje.uol.com.br/experimentando-um-relogio-de-sol/> encontramos um bom exemplo de como construir um relógio de Sol egípcio. O experimento está descrito a seguir:

Figura 6: Exemplo de como construir um relógio de sol



Fonte: <http://chc.cienciahoje.uol.com.br/experimentando-um-relogio-de-sol/>.

2º eixo: O tempo separado em intervalos limitados por eventos não naturais somente observado com o uso de instrumentos

Material sugerido para ser utilizado nessa etapa da atividade de ensino:

- Ampulhetas
 - Bolinhas (confeccionadas com meias, as usadas em piscinas de bolinhas ou outro tipo que o professor considerar adequado)
 - um cesto grande
 - fita crepe ou giz
-

A situação desencadeadora da aprendizagem proposta a seguir, é desenvolvida por meio da História Virtual “*Um problema para os curumins*”. O contexto abordado é o tempo separado em intervalos limitados por eventos não naturais e, por isso, é preciso que se faça uso de instrumentos para ser observado. Durante a história, as crianças podem compreender o conceito de tempo subjetivo, perceber a necessidade de controlar o tempo de maneira objetiva e compreender que é possível medi-lo. As mediações do professor, importantes nesse processo, objetivam fazer com que as crianças apresentem hipóteses para possíveis soluções às situações vivenciadas pelos curumins.

A apresentação da história pode ser dividida em dois dias ou em um único momento. Além disso, para o trabalho com crianças dessa faixa etária, percebemos que é mais interessante contar a história oralmente, de memória. Acreditamos que dessa maneira a atividade se desenvolve de forma mais dinâmica e, portanto, mais adequada para faixa etária de 6 ou 7 anos.

História virtual: Um problema para os curumins ²⁰

Raíra, Apoema, Irani e Raoni, curumins da aldeia Kaingang, que fica no Paraná, brincavam perto do rio quando Raíra gritou para todos:

- Puxa! Olhem o que encontrei! Que lindo!

Apoema então, muito ansioso para ver o que era e para que servia, foi logo pegando o objeto e completou:

- Raíra, isto é um cocar de penas. Mas, com estas penas eu nunca vi. De que animal serão?



As crianças então decidiram mostrar o cocar a seus pais e então, Ubirajara, pai de Apoema, disse:

- Vocês encontraram um cocar muito raro, pois estas penas vermelhas são do guará, um animal muito raro em nossa região. Aliás, um animal raro e muito bonito. Vocês sabiam que ele é parente próximo de uma das aves sagradas do Antigo Egito, o íbis do rio Nilo?

As crianças queriam brincar com o cocar a todo o momento. E foi aí que começou a confusão, pois todos queriam brincar juntos, mas só havia um cocar. Na brincadeira, quem estivesse com o cocar seria o cacique da tribo, logo, todos queriam ser o cacique para usar o cocar.

Então, as crianças decidiram dividir o cocar da seguinte forma:

- Vamos fazer o seguinte, - disse Raoni - cada um de nós fica um pouco com o cocar e depois passa para o outro, seguindo uma ordem.

Movimento do conceito:
- Identificação da grandeza

- Eu primeiro! – disse Raíra com muito entusiasmo. – Já que fui eu quem achou o cocar.

- Tudo bem. – disse Raoni. – Quem será o próximo?

Logo, decidiram a ordem de quem iria usar o cocar: primeiro Raíra, em seguida Apoema, depois Irani e Raoni por último.

²⁰ As ilustrações para esta história foram criadas por Cindy Pirani Lopes.

Enquanto Raíra estava com o cocar, a ansiedade das outras crianças era muito grande, e não viam a hora de chegar a sua vez. Mas, Raíra não desgrudava do cocar e sempre achava que tinha ficado pouco tempo com ele.

- Nossa! Mas, parece que já faz tanto tempo que Raíra está com o cocar, vocês não acham? – disse Apoema.

- É, pois é. – disse Irani. – Eu acho que já está anoitecendo e desse jeito não vamos brincar com o cocar hoje.

Raíra, então, decidiu entregar o cocar a Apoema que ficou muito feliz. Mas, o tempo foi passando, passando e, novamente, Apoema tinha a sensação de estar a pouco tempo com o cocar, mas para Irani e Raoni, parecia o contrário.



- Precisamos conversar com nossos pais para achar uma solução. Todos nós queremos usar o cocar ainda hoje, – disse Raoni, meio cabisbaixo.

E não é que estava escurecendo mesmo? No final do dia, Raoni e Irani acabaram não ficando nem um pouco com o cocar. Já era hora de se alimentar e logo depois as crianças iriam dormir.

Raoni e Irani ficaram muito chateados, pois teriam que esperar até o dia seguinte para ser cacique.

Já Apoema e Raíra estavam felizes da vida, pois tinham usado o lindo e raro objeto.

Questões para um diálogo:

- E então, o que vocês acham que aconteceu? Por que Apoema e Raíra sentiram o tempo passar muito depressa e para Raoni e Irani o tempo parecia passar tão devagar?

- Como podemos ajudar os curumins para que todos consigam ficar com o cocar numa mesma tarde?

O objetivo, com essa intervenção, é levar os alunos a perceberem o contexto dos tempos subjetivo e objetivo. Para isso, o professor pode solicitar que as crianças se manifestem colocando situações reais nas quais tenham vivenciado essa sensação.

Na segunda questão, o objetivo é fazer com que as crianças percebam que o tempo pode ser dividido igualmente para todos, e poderão fazer essa sugestão aos curumins.

Movimento do conceito:
- Identificação da grandeza
- Comparação entre grandezas de mesma natureza

Importante: na aplicação, percebemos que as paradas para intervenções podem ser curtas para que a história não perca o ritmo.

Continuando a história...

Após muita conversa, as crianças entraram em um acordo e decidiram que dividiriam o tempo igualzinho para cada um.

- Tudo bem, então. – disse Irani – Vamos dividir o tempo certinho para cada um ficar com o cocar. Mas, como podemos fazer isso?

E assim surge outro problema: como dividir o tempo e controlá-lo para que todos brinquem com o cocar uma mesma quantidade de tempo?

Raoni, após pensar um pouco, deu uma ideia:

- Eu já sei contar até 20, então, posso contar enquanto cada um brinca.

- Não sei não, Raoni. – disse Irani, muito pensativa – Tenho a impressão que assim não dá certo.

Questão para um diálogo:

- E vocês, o que acham? O que Raoni está sugerindo, pode dar certo?

Movimento do conceito:
- Definição de uma unidade de medida

O objetivo, com essa intervenção, é fazer com que as crianças formulem hipóteses sobre a possibilidade de Raoni estar certa, ou seja, que contando até 20 para cada um, o tempo será o mesmo. Pode-se fazer experiências para que se verifique se a solução dada por Raoni daria certo ou não. Contar até 20 bem devagar, bem rápido. O objetivo, neste caso, é fazer com que os alunos percebam que essa não é uma solução viável, pois, ao contar mais rápido o tempo decorrido será menor e, ao contar mais devagar o tempo decorrido será maior.

Continuando a história...

- Puxa! Está difícil, né? – disse Raíra, pensativa – Ah! Já sei! Que tal conversarmos com nosso pajé e ver se ele pode nos ajudar? Aposto que ele tem uma solução para isso. Ele é tão sabichão!

- Boa! – gritaram todos – Vamos lá!

Chegando até o pajé, as crianças relataram o que ocorreu no dia anterior. O pajé disse que tinha uma solução para aquele problema e pediu aos curumins que esperassem um instante. Foi até a taba, onde se demorou durante algum tempo, e saiu de lá com um pequeno objeto nas mãos. Ao se aproximar dos curumins, o pajé mostrou um objeto que ganhou de presente de um amigo que vive na cidade e o colocou nas mãos das crianças para que descobrissem como funcionava.



- Isto é uma ampulheta, e serve para medir o tempo. Vai ajudá-los a resolver esse problema.

E então, os curumins levaram a ampulheta e começaram a manuseá-la para descobrir como ela poderia ajudá-los a medir o tempo que cada um passaria com o cocar.

Fim

Questão para um diálogo:

- Vamos descobrir como as
ampulhetas ajudaram os curumins a
controlarem o tempo que cada um ficará
com o cocar?

Movimento do conceito:

- *Identificação da grandeza*
- *Comparação entre grandezas de mesma natureza*
- *Definição de uma unidade de medida*

A fim de que os alunos explorem e entendam com uma ampulheta funciona, algumas ampulhetas podem ser levadas para a sala de aula e, com isso, ajudem os curumins a entenderem como elas podem ser usadas para que o tempo seja dividido igualmente entre todos e que seja feito um controle.

A sala pode ser dividida em grupos. Cada grupo explora uma ampulheta, e depois, o professor organiza um momento de socialização das ideias dos grupos sobre seu funcionamento.

Para finalizar esta parte, o professor poderá solicitar às crianças que façam um registro no papel sobre a solução dada pelo pajé e seu entendimento de como funciona o instrumento de medição do tempo: a ampulheta.

Na aplicação da atividade na escola, observamos que:

- ✓ Um único registro ao final da história é suficiente, as demais intervenções podem ser feitas oralmente.
- ✓ Após a socialização dos registros das crianças, fizemos uma discussão sobre a ampulheta como instrumento de medida. Os alunos compararam uma régua com uma ampulheta, refletiram sobre a função de cada objeto, e concluíram que régua e ampulheta são instrumentos de medida, que servem para medir coisas diferentes (dimensão da qualidade de medida).
- ✓ Foi interessante observar a descoberta dos alunos sobre a impossibilidade de medir o tempo com a régua. Desta discussão, percebemos que é possível haver um desdobramento, uma conversa sobre “coisas que medimos e com o que medimos”.
- ✓ Durante a exploração da ampulheta, as crianças inventaram um jogo: batata quente com a ampulheta. Nele, o objetivo era que a ampulheta passasse por todas as mãos e chegasse ao final da roda antes de acabar seu tempo. Da exploração livre surgiu um jogo. De fato, é de extrema importância garantir o momento da exploração da ampulheta. Este objeto mobilizou grande encantamento nas crianças que, em pouco tempo, em uma única experiência, criaram uma atividade lúdica e que explora o conceito: a medida e o controle do tempo.
- ✓ Também foi possível perceber a apropriação das crianças em relação à passagem “visível” do tempo através da queda da areia na ampulheta, e o seu encantamento ao perceber que isso era possível.

Ações a serem desenvolvidas como complemento para a Situação Desencadeadora de Aprendizagem

Ação 1: Construir um instrumento para medida de tempo e utilizá-lo em casa.

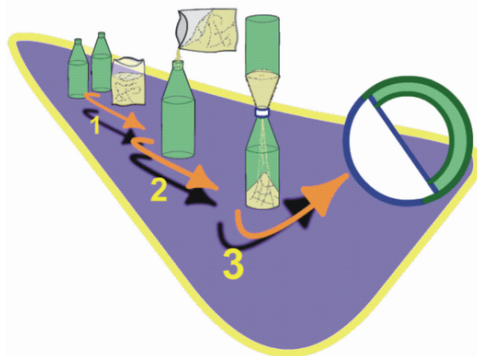
Após a história virtual, diante do encantamento que a ampulheta provoca nos alunos, sugerimos a construção de ampulhetas com garrafas pet e areia.

Dependendo da faixa etária das crianças, podemos, ou não, problematizar outras questões envolvidas nesta construção.

Caso esta atividade seja realizada com crianças do 1º ano do Ensino Fundamental, sugerimos que as variáveis (tamanho da garrafa, quantidade de areia e diâmetro do furo de vazão da areia) sejam fixadas, ou seja, construção de ampulhetas iguais.

Essa experiência foi adaptada do site

http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/videos/geometria/unidade_medida.html:



MATERIAL:

- Duas garrafas PET
- Um saco de 1Kg de areia.
- Fita Adesiva

Procedimentos:

Passo 1: Derrame uma parte da areia dentro da garrafa.

Passo 2: Una as duas garrafas pelo gargalo usando fita adesiva (dê várias voltas para ficar bem firme!).

Passo 3: Se o conteúdo passar para a outra garrafa em pouco tempo, você pode controlar a velocidade utilizando a fita adesiva, como mostra o detalhe no passo 3.

Agora é só inventar uma brincadeira e "ampulhetar"!

Lembre-se: é importante que o material a ser colocado na ampulheta não esteja úmido, pois isso afeta a sua queda.

Com as ampulhetas construídas, as crianças poderão fazer experiências em casa para verificarem a possibilidade de medirem o tempo com o instrumento.

O professor pode propor algumas tarefas aos alunos para que realizem em casa. Por exemplo, durante uma tarde ou manhã, em casa, os alunos deverão anotar seus afazeres e marcar o tempo utilizado para cada atividade usando como instrumento de medida a ampulheta. Exemplo: Eu usei uma ampulheta enquanto tomei banho, seis ampulhetas e uma parte de uma no tempo que assisti a televisão, o tempo que levei para fazer a tarefa de casa foi de 7 ampulhetas e meia, e assim por diante.

Movimento do conceito:

- *Identificação da grandeza*
- *Comparação entre grandezas de mesma natureza*
- *Definição de uma unidade de medida (quantidade de areia)*

As “viradas” da ampulheta, neste primeiro momento, podem ser consideradas unidades de medida: 1 ampulheta, 2 ampulhetas, 3 ampulhetas...

O importante é que as crianças consigam perceber a passagem do tempo e façam comparações entre as medições realizadas por elas mesmas ou pelos colegas da turma.

Seguem abaixo, algumas questões que podem nortear o diálogo após a tarefa cumprida:

- Ao quantificar a passagem do tempo utilizando a ampulheta, as crianças podem responder, por exemplo: “Quantas ampulhetas utilizaram para medir o tempo que levaram para tomar banho?” “E enquanto assistiam a tv?” “Quais as atividades que realizaram em casa e qual foi a medida de tempo de cada uma delas?”
- Nas atividades comuns pode-se discutir e comparar os registros. Por exemplo, nos momentos de tomar banho, almoçar, fazer lição de casa ou brincar, todos marcaram o mesmo tempo? Quem marcou mais tempo para cada tarefa? E menos tempo?

Com isso, percebe-se que o trabalho com o conceito está sendo realizado, pois nessa tarefa, as relações do conceito de medida estão sendo abordadas.

Ação 2: Utilizar um instrumento de medição do tempo

Com o jogo “Bolinhas ao cesto” é possível criar um contexto lúdico para medir o tempo fazendo uso de um instrumento de medida, no caso, a ampulheta (relógio de areia). Além de contribuir para a construção do conceito de medida e controle do tempo, outros conteúdos podem ser explorados a partir do jogo como, por exemplo, a contagem e a correspondência um a um.

Movimento do conceito:

- *Identificação da grandeza*
- *Definição de uma unidade de medida (quantidade de areia)*

Apresentação e regras do jogo:

- A competição pode ser entre equipes (sugerimos cerca de cinco alunos por equipe).
- Material: uma quantidade razoável de bolinhas (confeccionadas com meias, bolinhas usadas nas “piscinas de bolinhas” ou qualquer outro tipo de bolinhas que o professor considere adequado), um cesto (pode ser uma caixa ou qualquer recipiente onde as bolinhas possam ser arremessadas), fita crepe ou giz (para delimitar o espaço de lançamento das bolinhas) e a ampulheta utilizada na história virtual “Um problema para os curumins”.
- Os alunos de uma equipe se posicionam a mesma distância (alguns passos) de um cesto; assim que a ampulheta for virada, eles passam a arremessar bolinhas; quando toda a areia cair, a equipe para de jogar e passa a contar as bolinhas que estão dentro do cesto.
- Vence a equipe que conseguir jogar dentro do cesto o maior número de bolinhas em um tempo determinado pelo grupo.
- O tempo de arremesso de bolas para cada equipe deve ser medido pela ampulheta apresentada na história virtual.
- É importante delimitar a área de lançamento das bolas para que todas as equipes tenham a mesma condição no jogo.
- Vale destacar a possibilidade de trabalho com contagem na conferência dos pontos obtidos por cada equipe e a comparação de quantidades durante a definição da equipe vencedora. É possível elaborar situações problema que utilizem outros resultados para

o jogo (por exemplo, antes da última equipe jogar, pedir que os alunos calculem o número de pontos que essa equipe deve fazer para ganhar o jogo).

Ação 3: Medir o tempo com mais precisão.

Sugestão 1 - Para crianças maiores, podemos considerar algumas variáveis na construção de ampulhetas: o que aconteceria se aumentasse a quantidade de areia? E se variasse o tamanho da garrafa? Quais efeitos teríamos ao aumentar ou diminuir o furo para vazão da areia?

Movimento do conceito:
- Definição de uma unidade de medida

Sugestão 2 - Após, podemos propor algumas tarefas aos alunos para que comecem a perceber a necessidade de outros instrumentos de medição do tempo que sejam mais precisos.

Movimento do conceito:
- Definição de uma unidade de medida

Como sugerido anteriormente, o professor pode pedir aos alunos que registrem o tempo das atividades realizadas em casa com uma ampulheta. Esse exercício fará com que os alunos percebam a imprecisão que existe neste instrumento de medida do tempo, pois para algumas atividades o tempo será menor do que o estabelecido pela ampulheta e para outras será preciso virar a ampulheta várias vezes. Sobre a “virada”, pode-se questionar não só o “transtorno” de se ficar atento para realizar a “virada”, como também, o problema da precisão desta medida se a “virada” não é feita imediatamente. A ideia é criar nas crianças a necessidade de pensar em outros instrumentos que possam medir o tempo com maior precisão como o relógio analógico chegando ao digital.

Seguem abaixo, algumas questões que podem nortear esta discussão:

- Como as crianças marcaram os tempos menores que o tempo da ampulheta?
- Esse aspecto causou incomodo? Levou a alguma solução?
- Nas atividades comuns pode-se discutir e comparar os registros. Por exemplo, nos momentos de tomar banho, almoçar, fazer lição de casa ou brincar, todos marcaram o mesmo tempo?

Sugestão 3 - Com uma ampulheta menor (aproximadamente 1 minuto) o professor pode propor aos alunos que percorram um determinado percurso, utilizando a ampulheta. Uma competição simples de corrida, por equipe ou individual. O desafio é registrar e comparar os tempos, definindo qual equipe (ou aluno) percorreu o percurso em menor tempo.

Movimento do conceito:

- *Definição de uma unidade de medida*

É provável que os alunos não cheguem a uma conclusão por conta da imprecisão da ampulheta. A partir desta brincadeira, sugere-se a apresentação do relógio ou do cronômetro como instrumentos de medida de tempo com maior precisão. E a brincadeira poderá ser retomada com o uso do instrumento mais adequado.

Após, o professor poderá fazer um estudo sobre os jogos olímpicos visando à maior precisão na medição do tempo para cada esporte que compõe as olimpíadas.

Sugestões complementares:

- Sugestão de pesquisa: Medidores de tempo – os diferentes tipos de relógio.
- Pesquisa ou um pequeno estudo sobre os Sumérios, povo que trabalhava com um sistema de numeração com “Base 60”, escolhida para medição do tempo através da hora, do minuto e do segundo.
- Atividades contextualizando as unidades de tempo: milênio, século, década, ano, mês, quinzena, semana.
- Conversas e leituras sobre a necessidade do ano bissexto para a construção de um calendário mais preciso.
- Atividades procedimentais para a leitura de horas (horas, minutos e segundos).

Sugestões de jogos

Como sugestão de jogos para o trabalho com o conceito de medida de tempo, sugerimos aqueles que fazem uso de instrumentos que possibilitam esta medição.

Exemplos de jogos encontrados no mercado: Corre-corre das palavras (Brink Mobil); Imagem e Ação (Grow); Tribo das palavras (Estrela).



Outro exemplo conhecido é o jogo “stop”.

Para crianças menores, o jogo “sequências lógicas – tempo” que trabalha com a evolução de acordo com a passagem do tempo, parece interessante. Nesse caso, a criança deve organizar uma sequência de desenhos que representam cenas do cotidiano.



Uma sugestão de trabalho interdisciplinar com o “tempo da Terra” e o “tempo da criança”

Para articular os conceitos matemáticos referentes ao controle e medida do tempo com conteúdos de outras disciplinas, sugerimos um trabalho que relacione a construção do conceito do “tempo da Terra” com a construção de uma linha do “tempo da criança”.

Ao término do Ensino Fundamental I, quando as crianças possuem maior maturidade e, portanto, maior capacidade de abstração, sugerimos a apresentação da linha do tempo geológico do planeta Terra.

Nesta linha, os alunos podem verificar diferentes marcos que estruturam a linha do tempo, desde o surgimento da água, dos seres vivos, dos fascinantes dinossauros até o surgimento do ser humano. Há também a possibilidade de trabalho com a leitura dos números da ordem dos bilhões, visto que a Terra tem 4,5 bilhões de anos, pode-se organizar uma linha do tempo das crianças que, no 5º ano do Ensino Fundamental, costumam ter 10 anos de idade, a propósito, uma década!

Após uma década de vida e a proximidade do fechamento do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, sugerimos que os alunos construam suas linhas do tempo registrando marcos significativos como o seu nascimento, os aniversários e as datas

pessoalmente significativas ao longo do período, e a conclusão do Ensino Fundamental I que estarão por realizar.

Além da linha do tempo individual, um livro de memórias da turma pode ser produzido, contendo produções individuais de cada aluno. O registro pode ser um texto e uma ilustração contendo as lembranças e experiências significativas vividas nesse período.

Uma ferramenta computacional também pode ser utilizada para o desenvolvimento do livro de memórias, um editor de textos ou um software de apresentação que permita inserir gravações de vídeo.

Quadros com a relação das ações propostas para o trabalho com o conceito de medida de tempo e o conceito de medida

Quadro 2: Ações propostas com o conceito de medida de tempo

Ação		Movimento do conceito de medida
Eixo: tempo separado em intervalos com fronteiras de eventos naturais	História virtual: Galileu e a sombra da árvore (1ª e 2ª partes)	* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno
	Comparar variações do tempo	* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual)
	Representar os movimentos da Terra	* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Usar um instrumento para controle do tempo	* Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Outras sugestões	LAPEF * Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno
		Evolução das plantas * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual)
		Relógio de Sol * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]

Fonte: acervo do projeto.

Quadro 3: Ações propostas com o conceito de medida de tempo

	Ação		Movimento do conceito de medida
Eixo: o tempo separado em intervalos limitados por eventos não naturais somente observado com o uso de instrumentos	História virtual: Um problema para os curumins		* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Construir um instrumento para medição de tempo e usá-lo em casa		* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Usar um instrumento de medição de tempo (jogo: bolinhas ao cesto)		* Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Medir o tempo com mais precisão	Sugestão 1	* Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
		Sugestão 2	* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
		Sugestão 3	* Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Pesquisa: medidores de tempo Pesquisa: sumérios Atividades com unidades de tempo Ano bissexto		* Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Atividades procedimentais para leitura de horas		* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]
	Desenvolver um trabalho com “o tempo da criança” e o “tempo da Terra”		* Identificação da grandeza que será medida de determinado objeto ou fenômeno * Comparação entre duas ou mais grandezas de mesma natureza (maior/menor/igual) * Medida da grandeza a partir de uma unidade de medida [comum ou padrão]

Fonte: acervo do projeto.

Referências

CROSBY, A. W. *A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental 1250-1600*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

FURUKAUA, C. *Por que um minuto tem 60 segundos?* Disponível em <http://revistagalileu.globo.com> . Acesso em 21/06/2013.

IFRAH, G. *Os números: a história de uma grande invenção*. São Paulo: Globo, 2005.

MARQUES, M. N. *Origem e evolução do nosso calendário*. Disponível em <http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/HO1orige.htm> . Acesso em 28/06/2013.

PAULA, R. N. F. *A origem da contagem do tempo*. Disponível em: <http://www.infoescola.com/historia/a-origem-da-contagem-do-tempo>. Acesso em 12/06/2013.

PIETRO, A. C. S. *Contar o tempo: como surgiu essa ideia?* Disponível em <http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=419> . Acesso em 06/08/2013.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Universidade Aberta, Lisboa, 2000.

Medida de Comprimento

O ensino da grandeza comprimento: medidas lineares

A medida da grandeza *comprimento* é abordada desde a Educação Infantil. Geralmente, nesse nível de ensino, o fundamento para a organização de tarefas de ensino com a grandeza comprimento é dado pela existência de uma comparação direta e visual entre dois ou mais objetos. Os objetos são colocados lado a lado para que as crianças percebam qual é o mais “curto” e qual o mais “comprido”. Este seria o caso de uma tarefa geral de organização de filas “por ordem de tamanho”, realizada com a orientação: “menores na frente, maiores atrás”. Nessa e em outras situações cotidianas, o termo “tamanho” é usado genericamente para se referir à grandeza *comprimento*.

Propor às crianças que meçam um determinado comprimento de um objeto como, por exemplo, a altura, parece ser uma tarefa “óbvia” e, em certa medida, apenas “técnica” (relacionada apenas ao aprendizado do uso de instrumentos tal qual a *régua* ou a *fita métrica*). Contudo, é importante considerar que para as crianças alguns conceitos aparentemente simples referentes à medida da grandeza comprimento não são óbvios. Desta forma, as atividades de ensino precisam levar os alunos a compreenderem que:

- O comprimento é uma dentre outras **grandezas** presentes em um objeto. Ao “medirmos” um objeto, quer-se medir o quê? Na verdade, nós nunca medimos “um objeto” em si, mas sempre uma ou outra característica do objeto: a altura, a largura, a área, o volume etc. Por essa razão, para se medir algo é preciso em primeiro lugar que a criança perceba **a grandeza a ser medida**.
- A grandeza de um objeto pode ser representada mesmo na ausência desse objeto. A altura das crianças, por exemplo, pode ser representada com pedaços de barbante, uma linha desenhada no papel etc. Medir é uma ação de **comparação entre duas grandezas de mesma natureza**. Por exemplo, a comparação do comprimento de um objeto com o comprimento de outro

objeto. A partir dessa comparação é possível saber se esse comprimento é “grande”, “pequeno” ou igual em relação ao outro. Assim, as coisas não possuem a qualidade de serem “grandes” ou “pequenas”: ***essa qualidade surge apenas na relação com outros objetos***. Afinal, “maior”, “menor” ou “igual” em relação a que ou a quem?

- Por meio da comparação também se pode ***quantificar essa relação: conhecer quantas vezes uma determinada grandeza “cabe” na outra***.

- Uma vez que o comprimento dos objetos varia é preciso controlar e registrar essa variação. Os objetos podem ser alterados em sua estrutura: cortados, aumentados etc. Por exemplo: a altura de uma criança que se modifica ao longo do ano devido ao seu crescimento, alterando seu comprimento. É importante que esta variação seja reconhecida, registrada e controlada pela criança.

Há, portanto, a necessidade de organizar atividades de ensino que permitam às crianças compreenderem os conceitos presentes na ação de medir a grandeza comprimento.

Esses conceitos são o resultado do modo como a humanidade aprendeu a medir o comprimento das coisas. Como foi esse processo?

Medir comprimento: uma necessidade humana

A ação de medir a grandeza comprimento esteve presente em diversas situações ao longo da história da humanidade, por exemplo: medir a altura de uma parede para a construção de uma casa; medir a distância entre os sulcos na terra para plantar uma determinada semente; medir a distância de uma cidade até outra; medir a largura de um terreno para garantir a divisão de uma propriedade etc. Essas diversas ações de medidas estavam direcionadas a organizar e estabelecer acordos que facilitassem a troca de terras, alimentos e abrigos entre os membros de uma mesma comunidade.

Essas diversidades de situações e necessidades específicas cujo objetivo é medir o comprimento de algo expressam, também, uma *necessidade geral*: **medir a distância entre dois pontos lineares**. Esta é a característica principal da grandeza *comprimento*.

A necessidade de medir a variação entre distâncias lineares entre objetos (altura, largura etc.) permitiu ao homem **reconhecer e destacar a grandeza comprimento** e organizar as **ações** para medir essa grandeza. Assim, o conceito de “comprimento” e, sobretudo, o modo de controlar a medida do comprimento das coisas foi um produto da prática social do homem ao longo do processo de produção e reprodução de suas condições de vida.

Nesse processo, o homem pôde, em primeiro lugar, **comparar** dois comprimentos entre si. Por exemplo, relacionar o comprimento de uma corda, com o comprimento de um terreno. Essa comparação lhe permitia conhecer a **qualidade** dessas grandezas medidas: qual é **maior, menor** ou **igual** em relação à outra grandeza (por exemplo, o comprimento de uma corda esticada é menor que o comprimento do terreno?). Além disso, ele pôde também **quantificar** essa qualidade (quanto maior? Quanto menor?) descobrindo a quantidade de vezes que uma determinada grandeza cabe na outra grandeza (quantas cordas esticadas cabem no terreno medido?).

O primeiro instrumento para medir a grandeza comprimento foi o próprio corpo humano. O corpo do homem, ou um segmento linear destacado deste corpo (o palmo, o passo, o cúbito etc.) serviu como uma primeira **unidade de medida** para se medir uma grandeza linear, ou seja, eram medidas antropométricas. Notemos, então, que por mais simples e aparentemente “naturais” que fossem esses primeiros instrumentos, eles já representavam uma síntese da ação para se medir a grandeza comprimento: a unidade de medida não se referia simplesmente à “mão”, ao “pé”, ou ao “braço”, mas sim a essas partes corporais tomadas como um *segmento linear*, como “uma distância linear a outra”. (Figura 1)

Figura 1: Exemplos de unidades de medidas “antropométricas” nas quais o homem destaca em seu corpo um determinado segmento de distância linear



Fonte: acervo do projeto.

A precisão deste instrumento inicial para a medida da grandeza comprimento (os segmentos corporais) é dado pela precisão entre os dois pontos que servirão de referência para a determinação da unidade de medida: por exemplo, a distância entre o dedo polegar e o mínimo tendo os dedos da mão separados maximamente entre si.

Contudo, esse grau de precisão alcançado com as medidas antropométricas apresentava sempre um problema: o tamanho do corpo das pessoas não era o mesmo,

Você sabia?



O metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ de segundo. Essa definição tem o efeito de fixar a velocidade da luz no vácuo em $299\,792\,458$ metros por segundo exatamente, $c = 299\,792\,458$ m/s.

Fonte: <http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si-versao-final.pdf>

fazendo com que “o palmo” de um fosse diferente do palmo de outro. Esse limite em relação à precisão das unidades de medida antropométrica e a crescente necessidade de precisão das grandezas a serem medidas (sobretudo pela exigência cada vez maior do comércio e da ciência), gerou as condições e a necessidade de uma maior padronização das unidades de medida para a grandeza comprimento. O resultado desse processo,

como sabemos, foi a criação do *metro* como **unidade de medida padrão** para a grandeza comprimento.

Esse longo processo de construção dos *modos de ação para se medir distâncias lineares* atingiu um nível máximo de abstração a partir da proposição da unidade de medida padrão METRO. Contudo, apropriar-se apenas desse produto (por exemplo,

sabendo utilizar-se da “fita métrica”) não garante que o CONCEITO DE MEDIDA da grandeza comprimento seja de fato apropriado pelos sujeitos. Essa relação entre o **produto** (o sistema métrico) e o **processo** (os modos de ação para se medir distâncias lineares: reconhecer a grandeza, comparar essa grandeza e quantificar a grandeza a partir de uma unidade de medida) deve ser considerado ao se organizar atividades de ensino. Somente dessa forma a criança apreende o sentido e a essência da medida comprimento.

Atividade de ensino

Neste fascículo, apresentaremos uma situação desencadeadora de aprendizagem que busca exemplificar uma maneira para se trabalhar com a medida do comprimento, despertando as seguintes ações à criança: o destaque da grandeza, a comparação entre grandezas e a quantificação da grandeza medida. Essas ações, do ponto de vista da criança (e, portanto, do ponto de vista das situações de ensino elaboradas) devem ser um *produto* de sua atividade de aprendizagem: um produto de um determinado problema que foi solucionado pela criança ao compreender os instrumentos ou modos de ação possíveis para solucioná-lo.

O desafio de medir o comprimento

A partir da conceituação da grandeza comprimento apresentada neste fascículo, uma primeira ação necessária para o trabalho com o seu ensino diz respeito à *elaboração de uma situação que crie nas crianças a necessidade* de medir um determinado comprimento. Essa situação deve ser percebida pela criança como um problema a ser resolvido e, ao mesmo tempo, desafiá-la a buscar estratégias que lhe permitam se apropriar do conceito de medida: reconhecer a grandeza comprimento, comparar grandezas de comprimento entre si para qualificar uma grandeza como maior, menor ou igual e/ou para quantificá-la.

A atividade que apresentamos para trabalhar com o ensino da medida de comprimento chama-se “**A medida da altura das crianças**”. A atividade foi construída a partir de um problema presente no cotidiano da vida escolar: a

organização de filas. Nestas, muitas vezes, as crianças se deparam com a necessidade de compararem os seus “tamanhos” umas com as outras para organizar a fila. E, assim, com essa comparação direta, conseguem muitas vezes solucionar o problema proposto. Contudo, poderíamos nos perguntar: mesmo solucionando o problema prático apresentado para elas, será que as crianças puderam se relacionar e aprender **o conceito de medida da grandeza comprimento**? Como transformar esse problema cotidiano e empírico em um **problema desencadeador** para o processo de aprendizagem do modo geral de ação para se medir a grandeza comprimento?

Desenvolvimento da atividade: objetivos

Com essa atividade espera-se que as crianças possam:

- a) Conscientizar-se da variação de comprimento das crianças (as crianças crescem, então é preciso ter um jeito de medir e comparar todos);
- b) Identificar e explorar as possibilidades de controlar e registrar essa variação do comprimento;
- c) Estabelecer estratégias para organizar os comprimentos das crianças em ordem crescente, elegendo alguma ferramenta apropriada para esse fim.

Figura 2: Crianças em roda para começar a atividade



Sugestões

A organização das crianças em roda facilita a concentração no foco da situação problema e favorece a escuta e o diálogo.

Materiais que podem ser utilizados:

Papel pardo, canetão, barbantes e outros materiais que possam servir como instrumento para medir a altura das crianças *sem utilização do metro*.

Fonte: acervo do projeto.

A professora apresenta às crianças a seguinte situação:

*A professora de Educação Física vai realizar alguns jogos em suas aulas e precisa que as crianças estejam organizadas em fila, em ordem crescente (do menor para o maior). Para que esses jogos sejam realizados, a professora precisa saber bem certinho o tamanho de cada aluno e pediu que a classe lhe enviasse a lista na ordem certa (do menor para o maior).
Como saber quem é maior ou menor para fazer a fila?*

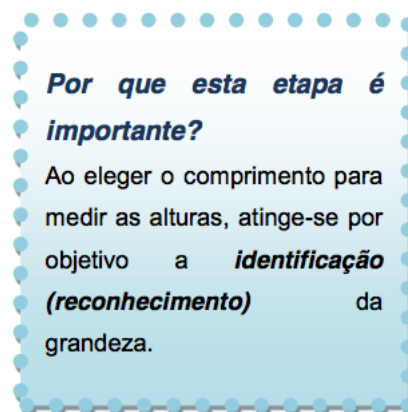
A situação desencadeadora de aprendizagem

Considerações sobre a situação desencadeadora de aprendizagem

A situação desencadeadora proposta nessa atividade começa propondo um problema prático e empírico para as crianças: organizar uma fila com todas as crianças da sala por ordem de tamanho, do menor para o maior, a fim de participar das brincadeiras com a professora de Educação Física. Para resolver esse problema as crianças poderão buscar diversas estratégias, relacionadas aos problemas que aparecem nessa tarefa: “como saber quem é o mais alto? ”; “como medir o tamanho de alguém? ” “como organizar esse tamanho na fila? ”.

Notemos que a resolução desse primeiro problema, em si mesmo, não é suficiente para que as crianças efetivamente se relacionem com a medida do comprimento e, assim, para que ajam com o conceito de medida. Esse problema

poderia ser utilizado apenas para “enviar a lista para a professora de Educação Física”. Contudo, a situação desencadeadora propõe outro problema a ser resolvido pelas crianças e que se constitui no **problema desencadeador** da aprendizagem do conceito da grandeza comprimento: “como saber quem é maior ou menor para fazer a fila?” Esse segundo problema pretende gerar nas crianças a necessidade de *explicarem* o modo pelo qual se pode ordenar uma fila. Assim, o problema de aprendizagem, propriamente dito, não se refere à obtenção de uma resposta prática (a lista da fila em si), mas sim *saber quais os critérios* para se organizar as crianças pela ordem de seus tamanhos.



***O reconhecimento da grandeza comprimento
- levantamento de hipóteses e soluções para o problema***

Colocada a situação problema, as crianças vão levantando hipóteses para solucioná-la. A professora conduzirá a discussão dessas hipóteses das crianças sempre a partir da consideração do problema de aprendizagem proposto na atividade: quais os critérios ou as ações necessárias para se ordenar a altura das crianças do menor para o maior. Assim, embora o produto “externo” dessa atividade de ensino seja a construção dessa lista com a ordenação das crianças a partir de suas alturas, o produto real que buscamos com essa atividade de ensino é a apropriação do conceito de medida pelas crianças.

Sugestões

Na discussão dessas hipóteses, os materiais anteriormente sugeridos (barbante, canetão, papel pardo) podem contribuir para “testar” materialmente as hipóteses das crianças.

Por que não utilizar diretamente a fita métrica?

*Como discutimos, a fita métrica representa uma síntese da **operação** para se medir a grandeza comprimento e, assim, no ponto de partida do ensino pode dificultar a relação das crianças com as **ações** de medir: reconhecer a grandeza, compará-la com a grandeza em outro objeto e quantificá-la a partir de uma unidade de medida.*

No início, é comum que as crianças proponham medir a altura a partir do “contorno do corpo”. Essa hipótese precisa ser discutida com todos e “verificada” sobre a sua validade ou não para se medir a altura das pessoas. Por que o contorno do corpo não representa a altura de uma pessoa? Como medimos a altura de uma pessoa?

➤

➤

➤ O trabalho de discussão das hipóteses das crianças deve levá-las a identificar que a altura das pessoas precisa ser medida “em linha reta” e juntando os pontos “mais

distantes” da pessoa (ex: do pé até o topo da cabeça). A partir dessa compreensão e identificação da própria grandeza pode-se discutir os instrumentos possíveis para se medir (ex: a utilização de um pedaço de barbante como meio para medir a altura das crianças).

- Após a decisão do grupo sobre a melhor estratégia de medição e a conscientização de que o pedaço de barbante medido representa a altura de cada criança (mesmo na sua ausência) pode-se propor algumas tarefas de ensino.

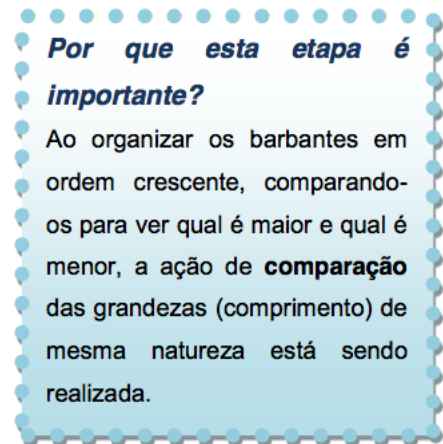
Ações de ensino a partir da situação desencadeadora de aprendizagem

A comparação de diferentes comprimentos entre si

Reconhecido que as alturas das pessoas podem ser medidas e **representadas** em outro “objeto” (não mais o corpo diretamente das pessoas) e que para medir a altura é preciso determinar um ponto inicial e final daquilo que se queira medir, a

professora, com a ajuda dos alunos, medirá cada aluno e cortará os barbantes do tamanho correspondente à altura de cada um. A altura de cada um será, assim, representada por um pedaço de barbante.

- A tarefa das crianças, agora, será a de organizar as suas alturas em ordem crescente de tamanho a partir dos pedaços de barbante que representam suas alturas.
- Cada subgrupo, então, terá que comparar um barbante com o outro para organizar uma “fila” dos barbantes, do menor para o maior.
- Ao final dessa etapa, cada subgrupo medido, apresentará o seu resultado: dentro do subgrupo: quem é maior, menor ou igual.



Após essa ação na qual as crianças puderam **reconhecer a grandeza comprimento** sob a forma da altura e escolheram uma estratégia para medi-la, **comparando duas grandezas de comprimento entre si** (o comprimento da altura e o comprimento do barbante) em seus subgrupos, pode-se propor às crianças que tentem agora resolver o problema desencadeado pela professora de Educação Física: que façam uma nova lista, incluindo todos os alunos da sala em ordem crescente de altura.

Sugestões

Organização da turma: subgrupos de 5 a 7 alunos e cada subgrupo organizará a “sua” fila em ordem crescente.

Considerando o número de alunos na sala (30 ou 35), a divisão em subgrupos pode contribuir para que cada criança se envolva com a ação de comparar as grandezas de comprimento para ordená-las do menor para o maior.

Cada barbante poderá ser identificado pelo nome da criança

É importante lembrar que o barbante não representa “a criança”, mas sim a ALTURA de cada criança: o barbante é a sua altura destacada.

Ampliando as possibilidades de comparação entre comprimentos

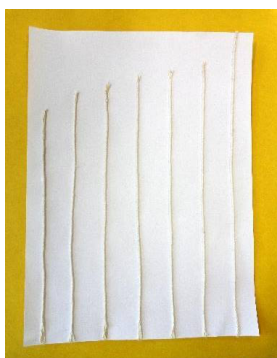
A situação criada a partir do desencadeamento da ação proposta permitiu que as crianças **reconhecessem a grandeza comprimento** e se relacionassem com os modos de ação necessários para se comparar uma grandeza com outra, estabelecendo relações de igualdade ou diferença (maior ou menor) entre elas.

Contudo, essa situação representa apenas o início do processo de aprendizagem do conceito de medida da grandeza comprimento, tomando consciência da variação de comprimento de uma altura e da possibilidade de controle e registro dessa variação. Para que a medida, o controle e o registro da *variação do comprimento de uma altura* sejam um objeto consciente para as crianças, outras ações poderiam ser propostas:

- Comparação das alturas por meio de pedaços de barbantes proporcionais a *diferença* entre as alturas reais das crianças (o barbante estará, agora, em uma escala menor, compatível a uma folha sulfite e, assim, não mais como uma reprodução direta da altura real das crianças);
- A professora oferecerá às crianças, em subgrupos, barbantes em diversos tamanhos (todos menores ou iguais ao tamanho de uma folha sulfite) e as crianças deverão selecionar cinco pedaços que possam representar as alturas das crianças do grupo;
- As crianças poderão, agora, organizar em ordem crescente suas alturas representadas pelos barbantes escolhidos.

A utilização do barbante com a altura real das crianças é importante para que elas percebam o que é a grandeza comprimento e o fato de que podemos representá-la. Porém, o tamanho real do barbante dificulta o desenvolvimento da ação de comparar as grandezas entre si para estudar as suas qualidades: maior – menor – igual em relação à outra. Por isso a importância de trabalharmos com tamanhos proporcionais ao invés de reais com os materiais (barbante, pedaço de papel, desenho gráfico).

Figura 3: Crianças desenvolvendo atividade em seus grupos



Fonte: arquivo do projeto.

Comparação das alturas das crianças nos subgrupos a partir de pedaços de barbantes proporcionais e tiras de papéis (proporcionais a cada altura medida)

Comparação das alturas por meio de sua representação gráfica

Após compararem suas alturas pela representação dessa grandeza nos pedaços de barbante, é interessante que as crianças utilizem-se de outras formas de representação de suas alturas, por exemplo, a **representação gráfica** em uma folha de papel sulfite: desenhos de linhas ou traços que correspondam à medida da altura de cada criança do subgrupo.

Importante destacar que para essa representação gráfica fica evidente que uma altura só pode ser representada **em relação a outra altura**, na medida em que um traço no papel não nos diz nada a respeito da qualidade desse traço: se é grande, médio ou pequeno. Assim, ao terem que representar suas alturas graficamente, as crianças precisarão necessariamente representá-las em relação as alturas dos outros colegas do seu subgrupo.

Essa tarefa de representação gráfica das alturas pode contribuir para as crianças perceberem o caráter relativo das qualidades “grande”, “médio” e “pequeno”: são sempre relativas a outra grandeza a qual se esteja comparando.

Além disso, pode-se perceber e destacar com essa tarefa que o que se está representando no papel por meio dos traços não é a altura das crianças em si, mas a **relação entre as alturas das crianças no subgrupo**. E por isso mesmo, não

importa o tamanho do traço que fazemos: o importante é a proporção desses traços entre si.

Comparação das alturas por meio das alturas de outras pessoas

As tarefas anteriores permitem que as crianças compreendam as possibilidades de destacar e representar suas alturas, bem como o fato de que a representação não direta de suas alturas (por meio de pedaços menores de barbante, tiras de papeis ou traços gráficos) dependerá sempre de uma outra altura com a qual possamos estabelecer uma relação de *igualdade* ou *diferença* (maior ou menor).

Para ampliar essa ação de **comparação entre as grandezas de comprimento** pode-se propor uma outra tarefa de ensino para as crianças: comparar as suas medidas com as medidas de personagens das histórias infantis: o Gigante da história João e o pé-de-feijão, Peter Pan, Chapeuzinho Vermelho, Sininho, João e Maria, três porquinhos etc. As supostas alturas desses personagens (alturas propostas pelo professor) podem ser representadas também através de pedaços de barbantes (similar aos utilizados com as crianças).

Através dessa tarefa pode-se avançar ainda mais com o trabalho sobre o caráter relativo das qualidades “maior e menor” de um comprimento. A altura dos personagens permite que a “menor altura” e/ou a “maior altura” das crianças da sala sejam comparados com alguém ainda “menor/maior” e, assim, possam verificar novamente a *relatividade* dessas qualidades. A relação maior, menor, médio só é possível em relação a outra pessoa (ou personagem).

Comparação das alturas por meio de sinais gráficos (>;<, =)

A comparação dos comprimentos e a representação da qualidade dessas relações (maior, menor ou igual) podem ser simbolizadas por meio dos sinais gráficos matemáticos (>, <, =).

É comum, nos anos iniciais, trabalhar com os símbolos de “<, >, =” a partir de comparações numéricas, tais como: $2 < 7$, $9 > 3$, $4 = 4$, $4 = 3 + 1$, $000 < 00000$, $2 \times 8 < 9 + 9$. Às vezes, ensina-se a colocar “o bico” do sinal para a quantidade menor / para o número menor ou a parte aberta do sinal para a quantidade maior / número maior e

então; ensina-se “segredinhos”, não levando o aluno a ler o símbolo, reconhecê-lo e aplicá-lo apropriando-se do conceito de maior, menor, igual.

A utilização desses símbolos matemáticos, contudo, deve direcionar-se a introduzir para as crianças a forma matemática de *expressar* essas relações de comparação: uma grandeza é **maior** em relação a outra grandeza, **menor** em relação a uma segunda grandeza e **igual** em relação a uma terceira grandeza.

Uma vez que a compreensão sobre a ação de comparação entre as grandezas esteja apropriada pelas crianças a introdução desses símbolos apresenta-se como um *recurso a mais* para as ações de comparação pelas crianças, do mesmo modo que os pedaços de barbante e as linhas/desenhos no papel também o foram.

Assim, os símbolos matemáticos ($>$, $<$, $=$) não aparecem nessa atividade como algo a ser “formalmente decorado”, mas sim como um novo *instrumento* para as ações com as quais as crianças já vinham realizando desde o início dessa atividade de ensino: a comparação de grandezas de comprimento.

Figura 4: Comparação de grandezas



Por que esta etapa é importante?

Ao utilizar os símbolos matemáticos, a criança realiza, mais uma vez, a **representação simbólica**. Esta ação está preparando para atingir a representação mais abstrata: o Sistema Internacional de medidas (utilização do metro).

Fonte: acervo do projeto.

Quantificando as alturas medidas por meio dos personagens

A comparação entre as alturas das crianças e a altura dos personagens pode ser trabalhada, também, de modo a introduzir uma relação de quantificação dessas alturas: para introduzir a terceira ação geral de medida discutida neste material: a

comparação entre as grandezas a partir de uma **unidade de medida comum**. O problema a ser resolvido, aqui, seria: quanto de um comprimento x cabe no comprimento y ?

Considerando a proposta de utilização da altura dos personagens, pode-se eleger a altura de um personagem” como a “unidade de medida comum” (por exemplo,

Sugestão

Em um primeiro momento, é importante que ao propor a tarefa de comparação quantitativa entre os personagens o professor organize essas alturas de modo a sempre termos números inteiros com a comparação: Peter Pan = 5 sininhos; João e Maria = 3 sininhos etc.

a altura do sininho”) e a partir dela **medir** os demais personagens: quantas sininhos precisam para atingir a altura do Peter Pan? Quantas sininhos cabem em um Gigante?

Com essa atividade as crianças começarão a representar as alturas comparadas a partir de *números* (ex: a altura do Peter Pan é igual a 5 vezes a altura da Sininho). Mas o número é, aqui, ele mesmo um produto da relação entre a comparação de duas grandezas: a altura da Sininho em relação a altura do Peter Pan e não simplesmente um “5” que “aparece” ao se utilizar a fita métrica.

Notemos, então, que o final dessa atividade de ensino com a grandeza comprimento apenas introduz a ação de quantificar ou propriamente medir uma determinada grandeza linear. Seu foco esteve no trabalho com as outras duas ações fundamentais relacionadas ao conceito de medida: **o reconhecimento da grandeza** e a **comparação entre grandezas para identificar suas qualidades: maior, menor, igual**. Mesmo sem introduzir o trabalho com a **unidade de medida padrão** (o sistema métrico e/ou o uso da régua ou fita métrica), a atividade de ensino aqui proposta permitiu introduzir as crianças de um modo bastante aprofundado no movimento de apropriação do conceito de medida.

Destaques a partir da filmagem da atividade

O “contorno do corpo”

As crianças se mostraram interessadas e mobilizadas com a situação problema. Porém, logo de início, no levantamento de hipóteses, diversas crianças sugeriram como

forma de medir a altura o contorno do corpo, desenhado no papel pardo. Foi muito difícil desmontar essa hipótese. A todo momento, mesmo a professora demonstrando a grande imprecisão dessa estratégia, eles indicavam que o melhor modo de medir a altura era o contorno do corpo.

Suspeitamos que essa hipótese surgiu baseada no repertório que os alunos trouxeram da Educação Infantil, onde a maior parte da turma estudou no ano anterior. Nas escolas de Educação Infantil é muito comum a realização da atividade de contorno do corpo do amigo, deitado no chão, com giz ou sobre papel pardo. Desta forma, as crianças podem ter feito a seguinte associação: o seu contorno é uma representação de seu corpo todo. Portanto, é o melhor modo de medir a sua altura ou qualquer outra característica de seu corpo.

A professora foi pega de surpresa e demorou a conseguir um argumento que validasse o barbante como melhor ferramenta. As hipóteses “patinavam” dentro dos mesmos argumentos. “A gente pendura todos os contornos e vai vendo quem é maior”, “A gente coloca o nome no papel para fazer a fila” etc.

A professora poderia ter sido mais incisiva e destacar a questão principal: altura. Em diversos momentos ela usou apenas os termos “maior” e “menor”. Neste caso, a comanda ficou um pouco genérica. É necessário explicitar o fato de que o barbante não representa o seu corpo (perímetro, massa, volume), mas a sua altura.

A fita métrica

Uma criança lembra que no parque em que ela foi havia uma fita que media a altura das crianças. Só poderia entrar quem tivesse um metro e vinte. Essa hipótese foi facilmente descartada, pois a professora disse que naquele momento não se usaria a fita métrica. De toda forma eles estavam aferrados à hipótese do contorno e a turma nem deu muita atenção a esses argumentos. Mas deu a impressão de que no entendimento desse aluno, a fita marcava aquele limite de um metro e vinte e não a variação de altura.

Relação entre idade e tamanho

Após a checagem e a conclusão de que o barbante era a melhor ferramenta para medir a altura, uma criança levanta mais uma questão: “por que eu tenho seis anos e o

fulano que tem sete é menor que eu?”. Nesse momento a professora pediu para que todos que tivessem seis anos levantassem. E então a criança verificou que pessoas de mesma idade, não têm necessariamente o mesmo tamanho. Foi uma grande descoberta para a turma.

Registrar: a atividade de ensino forma o professor

Nestas situações, verificamos que há a construção de conceitos, e, principalmente o pensar e o se expressar matematicamente a partir de um problema mobilizador. A organização da sala, a proposta da professora, a possibilidade de interlocução, bem como a articulação da professora permitiram com uma proposta simples atingir o objetivo inicial em relação à medida de altura. Graças ao recurso da filmagem, é possível fazer os ajustes necessários em uma próxima aplicação. Essa é a permanente situação problema do educador.

Referências

BENDICK, Jeanne. *Pesos e medidas*. Editora Fundo de Cultura: Rio de Janeiro; São Paulo, 1965.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. *O fenômeno da supervalorização do saber cotidiano em algumas pesquisas da educação matemática*. São Carlos: UFSCar, 1997. Tese (Doutorado).

KULA, Witold. *Las medidas y los hombres*. 3. ed. España: Siglo veintiuno editores, 1980.

LANNER DE MOURA, Anna Regina; LORENZATO, Sergio. O medir de crianças pré-escolares. *ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP – v.9 – n. 15/16, - Jan/Dez. 2001, p. 7-42.*

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues; CARVALHO, Ana Maria Pessoa de (Orgs.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira, 2001.

SILVA, Irineu da. *História dos pesos e medidas*. São Carlos: EdUFSCar, 2004.

Medida de Massa

O Desenvolvimento Lógico-histórico das Unidades de Massa

Hoje vivemos em um mundo globalizado, onde os impactos dos grandes avanços tecnológicos, que surgiram de uma busca pela simplificação das ações, modificam o cotidiano das populações. Em virtude disso, por exemplo, quando realizamos uma determinada medida contamos com uma grande diversidade de instrumentos que nos ajudam nessa tarefa, facilitando significativamente o nosso trabalho.

A cada dia dependemos mais das tecnologias, inclusive para realizar medidas. Diversas vezes operamos a medição de uma forma puramente mecânica sem nos preocuparmos com seu valor social, os conceitos, a construção histórica e lógica que dão sentido ao ato de medir. Assim, o medir tornou-se uma ação tão simples que em muitos momentos não enxergamos a sua verdadeira essência. Como indica Silva (2004), o homem, pela ação de medir, foi capaz de compartilhar seu sentimento de equidade, justiça, organização, distribuição de bens sociais e padronização da produção de bens materiais.

Medidas de massa

Um dos atributos dos objetos com os quais lidamos cotidianamente é a massa. Para nós, importa avaliar a massa, por exemplo, quando temos que deslocar esses objetos (pois o peso deles implica na utilização de uma força para fazê-lo e na distribuição da mesma de forma eficiente). Também importa saber a massa quando temos que avaliar a quantidade de matéria que compõe certo volume (ao pesar duas galinhas, verificamos qual delas tem mais massa, resultado de melhor alimentação e, portanto, produtora de mais carne). Com o desenvolvimento científico, principalmente a partir do século XVIII, a medida da massa (num grau elevado de precisão) também

pôde ser usada para estudar reações físicas e químicas, ajudando a levantar hipóteses sobre a composição e inter-relação da matéria que só agora, com a existência de instrumentos muito precisos, podem ser acompanhadas e registradas de forma mais direta. A massa foi descrita por Newton, físico inglês, como a resistência de um corpo em ter seu movimento acelerado. Ela também é a origem da força gravitacional, que atua sobre os corpos no Universo.

Em relação à medida de massa, o homem comparava massas de dois corpos quaisquer, equilibrando-os um em cada mão e, através da sensação, ele discernia qual o leve ou o pesado (Figura 1).

Figura 1: Homem comparando a massa de dois corpos.



Fonte: (BENDICK, 1965).

Quando falamos em grandezas de massa, dois termos vêm logo em nossa mente: massa e peso. Essas expressões são frequentemente utilizadas como sinônimos devido ao senso comum. Contudo, vale a pena destacar que existe uma diferenciação entre as expressões. A massa é uma propriedade inerente ao corpo, ou seja, massa é a magnitude física que permite exprimir a quantidade de matéria contida num corpo (AFONSO e SILVA, 2004). Ela não sofre modificação conforme o local onde se encontra no Universo. No caso do peso, este é uma força que depende da massa do objeto, além de depender da gravidade g , da altitude e da longitude em que o objeto está localizado, e possui direção e sentido (na Terra, a força gravitacional tem seu vetor passando pelo centro do objeto e centro da Terra, e o sentido aponta para o centro da Terra). Se considerarmos a massa de um corpo sendo m , então o seu peso é calculado

pela expressão $P = m \cdot g$, onde g é a aceleração da gravidade no local que se encontra o corpo. Assim, o peso de um corpo depende de sua posição, porque a gravidade varia de ponto a ponto. Todavia, sabemos que na prática o que determinamos é a massa, porém obtemos a medição através do deslocamento de uma mola em função da força Peso, considerando uma gravidade padrão (na Terra) de 10 m/s^2 , quando se usa uma balança. Por esse motivo, é comum empregarmos a expressão peso em vez de massa e falar da operação como sendo uma pesagem (AFONSO e SILVA, 2004).

No desenvolvimento do instrumento, um passo fundamental para a prática de medir massa

À medida que a necessidade de dar precisão à comparação de objetos quanto à massa foi se estabelecendo (aumento de trocas comerciais, cobrança de impostos, criação de sistemas monetários), foram desenvolvidos vários instrumentos que procuravam superar a comparação puramente corporal ou sensorial. O desenvolvimento das balanças marca esta história de objetivação da medida de massa.

O primeiro instrumento de comparação de massas, a balança (Figura 31), era uma vara suspensa no meio por uma corda, onde os objetos eram pendurados nas suas extremidades. Se houvesse o equilíbrio, ou seja, se a vara ficasse na horizontal, eles possuíam a mesma massa.

Figura 2: Demonstração do uso da balança de massa.



Fonte: (BENDICK, 1965).

Historicamente, os povos da Mesopotâmia tinham um sistema de medidas fabulosamente coerente e simples. Em relação à unidade de massa, há indicações de que os mesopotâmicos a relacionavam com a carga que um indivíduo ou animal podia transportar. A unidade de massa era chamada manú e correspondia a aproximadamente 0,5 kg (SILVA, 2004).

A utilização de balanças possui indícios de mais de 4500 anos, provavelmente, com origem no Antigo Egito. As mais antigas eram de braços iguais (Figura 3), onde se prendiam de um lado, a unidade de massa padrão e, do outro, o material a ser pesado. Esse modelo foi usado por mais de três mil anos. Por volta do ano 200 a.C. outro tipo também passou a ser usado, que era a balança com braços desiguais. O braço para suportar o material a ser pesado era de comprimento fixo, enquanto o outro que suportava a massa padrão tinha um cursor móvel; esse tipo de balança é conhecido como “balança do tipo romana” (AFONSO e SILVA, 2004).



Demonstração do uso da balança de braços iguais na metalurgia do ouro no Antigo Egito (1500 a. C).

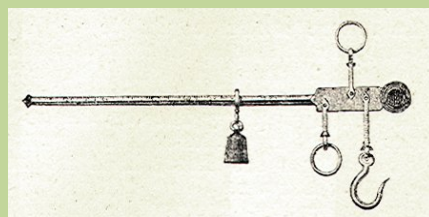


Figura 3: Modelo de balança Romana com o cursor móvel.

Os pesos e as medidas que foram utilizados pelos povos antigos eram levados a outros povos por meio do comércio ou da conquista. Desse modo, no início da Idade Média, as unidades adotadas eram as mesmas dos romanos, o último e maior império

da Antiguidade, que as difundiram por toda a Europa, oeste da Ásia e África. Sem dúvida, as mais usadas eram aquelas que utilizavam as dimensões humanas. Naquela época eram necessárias medidas mais precisas para certas atividades, como no caso das construções bizantinas e árabes. Essas civilizações possuíam padrões particulares de pesos e medidas, embora estes fossem diferentes para cada região (SILVA, 2004).

De modo geral, o grão era mantido como unidade padrão, onde um *grain* correspondia a 51,4 gramas. Em algumas regiões da Europa era usado o sistema "*avoirdupois*" (palavra francesa que significa "bens de peso", suas unidades eram: grão, dracma, onça, libra, quintal e tonelada) nas diversas operações comerciais. Em relação ao comércio de joias e pedras preciosas, que exigia processos de medidas mais precisos, era usado o sistema "*troy*", cujas unidades eram: grão, *pennyweight*, onça e libra. Para pedras preciosas, a unidade era o quilate, que equivale aproximadamente a 4 grãos. De todos os padrões de pesos e medidas criados, nenhum conseguiu uma utilização internacional e homogênea, existindo ainda hoje aqueles remanescentes da Antiguidade.

É importante ter claro que embora haja esse relacionamento estreito entre o comércio e os sistemas de medida, este por si só não foi suficiente para assegurar o progresso alcançado pelos sistemas de medida. Além do comércio, a produção e a ciência foram outros ramos da atividade humana diretamente relacionados à metrologia. Nas sociedades pré-métricas o comércio está muito mais preocupado com a unicidade dos sistemas de medidas e com o problema da comparação dos instrumentos de medida do que com o problema da precisão dos padrões ou da definição das unidades de medida. Por isso, foram as necessidades de outros setores da sociedade, juntamente com o comércio, que engendram a evolução dos sistemas de medida (SILVA, 2004).

O sistema métrico

Atualmente, muitos países fazem uso do sistema métrico como sistema oficial de medidas. Esse sistema foi criado pelos franceses, em 1790, após vários anos de discussões entre os maiores cientistas da época. No momento em que ele foi criado, os outros sistemas que existiam na época estavam em divergência, pois as cidades e seus governantes tinham suas próprias variações para diferentes tipos de sistemas de medidas, não existindo um padrão em comum. O sistema métrico surgiu como uma

ferramenta necessária para resolver esse quadro, e espalhou-se rapidamente por toda a Europa tornando-se bastante popular.

Os ingleses e os americanos não adotaram o Sistema Métrico, a não ser para fins científicos. Embora as unidades fundamentais dos sistemas desses países sejam baseadas no sistema francês, o povo ainda hoje prefere as antigas unidades, pois já estão mais habituados com elas (BENDICK, 1965).

Uma das razões pela qual o sistema métrico se destacou é o fato de ser um sistema decimal, cujas unidades são divisíveis por dez. Bendick (1965), afirma que uma outra razão desse destaque é a relação direta entre as unidades de comprimento, massa e capacidade. Até então, as unidades de medida eram completamente independentes conforme a grandeza que representavam. A partir do sistema métrico decimal houve uma integração das referências de medidas dessas grandezas, como ilustrado abaixo:

Do metro, que é uma unidade de comprimento:

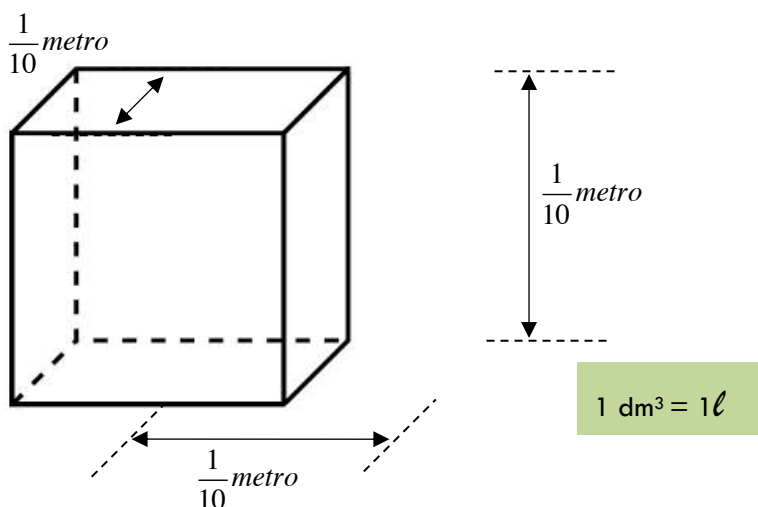
Figura 4: Metro



Fonte: acervo do projeto.

- Deriva-se o decímetro (1/10 do metro).
- Um decímetro cúbico, ou seja um cubo com um decímetro de aresta, é a unidade de volume. Esta unidade corresponde ao litro, que é a unidade de capacidade.

Figura 5: Volume



Fonte: acervo do projeto.

Quando cheio de água, este cubo tem peso equivalente a um quilograma (1 kg), que é a unidade de massa.

Funcionamento do sistema métrico

No Sistema Métrico Decimal, existem vários prefixos que são usados com as unidades representando, assim, um valor numérico. Podemos destacar:

- Mili : corresponde a $\frac{1}{1000}$;
- Centi: corresponde a $\frac{1}{100}$;
- Deci: corresponde a $\frac{1}{10}$;
- Deca: corresponde a 10;
- Hecto: corresponde a 100;
- Quilo: corresponde a 1000.

Assim um quilograma equivale a 1000 gramas, um hectograma a 100 gramas, um miligrama a $\frac{1}{1000}$ gramas.

Massa (e peso): noções propostas para os anos iniciais do Ensino Fundamental

Embora as crianças, já no primeiro ano do Ensino Fundamental, revelem conhecer instrumentos de medida e resultados de medições de massa, como a balança digital presente nas farmácias e nas atividades dos livros didáticos, a forma tecnologicamente mediada como se obtém o resultado de uma medição com esta balança faz com que a ação de medir se assemelhe a uma “mágica”. Na EMEF Mario Fittipaldi (São Paulo), por exemplo, as crianças participam de um projeto da escola (Alimentação Saudável) e, dentre as ações do projeto, está a pesagem das crianças desde o primeiro ano. As crianças maiores calculam seu IMC (Índice de Massa Corpórea), necessário para delimitar a caracterização da massa de cada um, dentro de limites do que é considerado magreza, normalidade, sobrepeso e obesidade. Ao se pesarem, as crianças “decoram” o número obtido na balança digital como sendo “o seu peso” (como uma etiqueta com seu nome, analogamente), mas não conseguem muitas vezes avaliar uma escala dos pesos obtidos na sala, nem entender o seu próprio aumento de peso, e mais tarde também não conseguem entender as tabelas alimentares com calorias, por exemplo.

Podemos notar, no entanto, que se confiando exclusivamente no resultado numérico produzido numa pesagem com este instrumento, como meio para a criança conhecer a medida de massa/peso, privam-se as crianças de experiências com o mundo físico que permitirão a elas traçarem caminhos mais ricos na apropriação de conceitos, especialmente dos conceitos matemáticos. Ao se lidar apenas com aspectos procedimentais das medidas – como se mede - sem discutir por que se mede, o que se mede e com que instrumento e unidade de medida se mede, considerando que tais instrumentos e unidades podem variar e que há diferentes formas de medir, as crianças parecem muitas vezes não estabelecer uma linha de continuidade entre as aprendizagens ano a ano e entre medidas de diferentes grandezas. Obtêm, por vezes, um número na medida do peso, mas não sabem estabelecer a que este número se refere (a quilos ou a gramas, por exemplo, mesmo que o referente esteja presente). Ao trabalharmos com as crianças dessa forma, elas não conseguem estabelecer escalas entre as unidades de medida do Sistema Internacional e entre múltiplos de uma

mesma unidade de medida e ainda menos estimar o peso de um objeto com base no conhecimento dessas escalas.

Na base destas dificuldades está o desconhecimento do que consiste em a ação de medir. Na vivência cotidiana, e também na escolar, medir a massa é usar um instrumento tecnológico e obter um número. O que é este número? Como podemos fazer para medir se não tivermos esse instrumento? O que é uma unidade de medida? Que dificuldades existem em medir massa e peso, e, como podemos solucioná-las? Pretendemos que as crianças desenvolvam, através da investigação, estas respostas, permitindo a apropriação conceitual da ação de medir, que (esperamos) permitirá que suas aprendizagens possam ser generalizadas para a medição de outras grandezas, ainda que cada uma delas comporte desafios específicos.

Como os conceitos de massa e peso aparecem nas orientações curriculares

Nas Orientações Curriculares e Expectativas de Aprendizagem para o Ensino Fundamental I (SME/DOT, 2007), reafirmam-se os objetivos gerais do Ensino Fundamental para a área de Matemática presentes nos PCN's e a importância de que, por meio da matemática, os alunos aprendam a elaborar estratégias pessoais e tenham confiança para isso, valorizem a troca de experiência com seus colegas, tenham curiosidade, desenvolvam diferentes estratégias de cálculo e aprendam a organizar-se. Aponta-se a necessidade de aprender a resolver problemas do contexto, mas também problemas próprios à Matemática como área de conhecimento, aprendendo a reconhecer padrões e regularidades e constituindo vocabulário próprio. Como eixos metodológicos, a exemplo dos PCN's, indicam-se as investigações, o recurso à história da Matemática, a resolução de problemas e o uso de novas tecnologias.

Em uma análise inicial, podemos dizer que há contradições em ambas as fontes (orientações curriculares de SME e material sobre os Direitos de Aprendizagem), pois, embora ambas enfatizem a necessidade de as crianças compreenderem o processo da medição, explorarem os aspectos matemáticos da medição, desenvolverem estratégias pessoais, compararem grandezas de mesma natureza, também indicam a apresentação das unidades de medida de forma bastante precoce e os Cadernos de Apoio, inclusive, já apresentam situações de leitura de medições (pesagens) com o uso de balanças digitais e peso em unidades do S.I. desde o primeiro ano e recorrem a medidas

informais, porém estas já são apresentadas pelo professor ou pela própria atividade. Os materiais curriculares acima não apresentam situações para exploração de respostas criativas do aluno, e, talvez, por serem apresentados de forma gráfica, solicitam que a criança tenha apenas uma avaliação visual ou baseada na escrita apresentada da massa/peso dos objetos.

A situação desencadeadora de aprendizagem: O problema de Ana Lúcia

Etapa I – a captação da grandeza massa

Objetivo: distinguir a grandeza “massa” de outras presentes nos objetos cotidianos.

Procedimentos do professor: discutir e ajudar a formular hipóteses dos alunos sobre o significado possível da expressão “em quantidades iguais”, no caso de uma receita; apresentar a balança como instrumento objetivo capaz de equiparar quantidades de massa/peso.

Avaliação: síntese em caderno de registro, retomada e checagem das hipóteses levantadas.

A situação desencadeadora

Ana Lúcia gosta de ajudar sua avó Lídia na cozinha. Para ela, enrolar bolinhos, fazer massa de pão, enfeitar bolos, é pura diversão. Quando os quitutes ficam prontos, parece que guardam um segredo, um segredo compartilhado entre ela, sua avó e o maravilhoso caderno de receitas da família.

Nesta semana, no entanto, Ana Lúcia tem um desafio: vó Lídia foi visitar tia Rosa em Minas, e pediu para a Aninha fazer a torta do chá de domingo sozinha. Já é tradição na casa da Ana um chá com os doces da vó Lídia, mas, desta vez, a Ana vai ter que dar uma de “chef”. Vó Lídia pediu que ela fizesse a torta de frutas, e lá vai Ana, de avental, separar os ingredientes. Já no início da receita, pede-se “morango e banana em quantidades iguais”.

Cortar e equiparar as frutas em “montes”; usar copos das frutas (solução através da grandeza “capacidade”) – esta solução é insuficiente, pois a densidade das duas frutas é bem diferente: o morango é menos consistente, portanto em iguais volumes, o morango será mais leve.

Ana olha para os morangos e bananas e fica com uma baita dúvida:

1º problema desencadeador: *O que quer dizer “a mesma quantidade”?*
“Três morangos e três bananas”, isso dá a mesma quantidade?

2º problema desencadeador: como comparar quantidades de massa/peso de banana e morango?

Pode-se discutir com a turma como resolver a situação: as soluções possíveis seriam segurar em cada mão um dos dois ingredientes e através da sensação de peso igualar as quantidades, ou utilizar um instrumento mais preciso. É possível que outras hipóteses, enfatizando as soluções apontadas anteriormente (quantificação simples ou uso do volume) surjam, pois é comum que as crianças recorram a outras grandezas para o estabelecimento da quantidade de matéria.

Aflita com o problema, Ana foi perguntar para o seu pai, João, como ela poderia garantir que os morangos e bananas estivessem com a mesma quantidade para fazer a torta. Seu João, que gostava de um bom debate e tinha um enorme quarto cheio de traquitanas antigas, foi até lá e trouxe um curioso objeto, dizendo:

- Veja Ana, isso aqui era o que sua avó usava para medir a quantidade das coisas nas receitas, lá na fazenda. Veja se você consegue descobrir como se usa!

Ana pegou as partes do objeto: dois pratos, uma haste com dois ganchos, um suporte. Pensando, tentando, Ana consegue montar o objeto.

- Isso é uma balança. Com ela, se pode igualar a quantidade de dois ingredientes. Experimente!



Este problema desencadeador e a solução dada pela história virtual têm por objetivo apresentar a balança como instrumento que objetiva a comparação entre massas. **PROBLEMATIZAR COM A SALA:** O que a Ana está conseguindo medir com a balança (levantar os nomes que saem na sala para a grandeza: “quantidade”, “peso”, “matéria”, “volume” etc.)

Fazendo a mesma experiência que a Ana, o que você descobriu? (Levantar as descobertas e anotar- sugere-se no formato de texto coletivo ou lista de itens).

Etapa II – definição de uma unidade de medida

PROBLEMATIZAR ou APRESENTAR A SOLUÇÃO: As bolinhas de gude (ou outro material regular qualquer que haja na sala) podem “quantificar” o peso das frutas. Põe-se uma quantia de bolinhas num prato e tenta-se igualar os pratos da balança pondo uma das frutas no outro. Usa-se a mesma quantidade de bolinhas para igualar com a outra fruta, garantindo-se o peso. Pode-se usar várias medidas dessa para multiplicar a quantidade quantas vezes for necessário.

Objetivo: superar a comparação direta entre objetos e introduzir nas operações uma unidade de medida não-formal, que possibilite a comparação indireta das massas/pesos e a quantificação da diferença.

Procedimentos do professor: apresentar o problema, destacando a necessidade de criar ou adotar uma forma padrão de comparação; organizar e assessorar os grupos de crianças que, de posse das bananas, bolinhas de gude (ou outra unidade de medida de massa qualquer) e balanças, quantificarão a massa /peso das bananas por meio dessa unidade de medida; promover a síntese e o registro das soluções encontradas e da quantificação da massa/peso das frutas.

Avaliação: quantificação das massas de diferentes frutas com auxílio da unidade de medida “bolinha de gude”

3º problema desencadeador: como comparar quantidades de massa/peso que não estão no mesmo local?

“Ana equilibrou a balança e conseguiu fazer a torta, que foi um verdadeiro sucesso! Tão gostosa ficou, que a família toda encomendou que ela repetisse a receita no aniversário da vó Lídia, que ia chegar no domingo seguinte e para a qual preparavam uma festa surpresa. Só que tinha que ser uma “mega” torta, pois todos os netos e tios estariam presentes”. Ana manda uma carta, agradecendo pelas dicas enviadas, e lançando um novo desafio:

São Paulo, XX de YY de ZZZZ.

Olá, queridos colegas!

Fiquei muito contente quando recebi a carta de vocês! Eu já estava muito aflita, pois tinha feito duas tortas. Em uma eu usei duas bananas e dois morangos, e deu errado! A torta ficou dura! Depois, coloquei uma banana e cobri com morangos, e a torta ficou molenga.

Ainda bem que vocês me ajudaram! A torta do chá de domingo foi um sucesso! Ficou tão gostosa que minhas tias me pediram para fazer uma para a festa do aniversário da Vó Lídia daqui a 15 dias.

O Pedro, neto da tia Rosa, disse que no sítio onde ele mora houve uma colheita de uvas maravilhosas. Ele disse que pode me mandar as uvas lá do sítio para pôr na torta e deixá-la com um gostinho todo especial.

Só tem um problema: o Pedro precisa saber a quantidade de bananas que eu tenho para me mandar exatamente a mesma quantidade de uvas, para que a torta dê certo! E eu não sei como fazer isso! Antes, eu comparei as bananas e morangos entre si, porque tinha os dois na minha frente. Agora eu não posso ir até Minas pra mostrar pro Pedro quantas bananas eu tenho. Preciso arranjar um jeito de dizer pra ele o quanto de uva ele precisa me mandar...

Conversei com o meu pai, João, e ele me entregou um saco de bolinhas de gude, dizendo que isso poderia me ajudar. Eu não faço ideia de como!

Será que vocês conseguem fazer uma nova experiência e descobrir uma forma de me ajudar?

Olha, vou fazer um e-mail para que possamos conversar mais vezes. Aí poderei mandar a foto das tortas para vocês.

Beijos e abraços a todos!

Ana Lúcia

As crianças deverão estabelecer suas hipóteses de como usar as bolinhas para resolver a situação; o professor conduzirá a experimentação prestando atenção às ações das crianças de: definir a quantidade de bananas a equilibrar; equilibrá-las com as bolinhas (prestar atenção na precisão e em como obtê-la); para testar: equilibrar as uvas com a mesma quantidade de bolinhas estabelecida com as bananas; comparar diretamente as uvas com as bananas para ver se a balança fica equilibrada; ao final, deverão formular suas conclusões em registro escrito/desenhado, podendo fazê-lo individualmente ou por meio de texto coletivo.

“Com a solução encontrada, Ana ficou superanimada. Agora ela poderia facilmente comparar qualquer quantidade de fruta: era só marcar quantas bolinhas de gude equivaliam...”

VAMOS DAR UM NOME ESCOLHIDO PELA CLASSE PARA ESSE “PESO”-BOLINHA DE GUDE? *Levantar com as crianças um nome simples e significativo para esta unidade de medida.*

Checagem (avaliação) da etapa II

Vamos fazer como a Ana? Contar na balança quantas “bolinhas” pesam cada fruta?

Frutas (um pratinho ou um copinho)	“Bolinhas” (desenhar ou escrever a quantidade)
Banana	
Maçã	
Pera	
Laranja	

A partir desta pesagem, faça uma lista em ordem decrescente de peso (comece pela que pesa mais).

1-
2-
3-
4-

Estas experimentações devem permitir que as crianças entendam por meio de ações práticas que as bolinhas de gude “quantificam” o peso das frutas e que assim se pode compará-las de forma indireta.

Usando a balança, conseguir três “bolinhas” de:

1. Moedas
2. Pipoca
3. Algodão

ESTA ÚLTIMA SITUAÇÃO DEVERÁ PERMITIR QUE AS CRIANÇAS DIFERENCIEM MASSA DE VOLUME DO OBJETO. NEM SEMPRE UM OBJETO DE GRANDE VOLUME É MAIS PESADO QUE OUTRO DE MENOR VOLUME.

O que você descobriu?

Outras sugestões: inventar com a classe outras unidades de medida de massa e testar pesagens com elas; comparar o produto das medições de um mesmo objeto com diversas unidades de medida, discutindo os resultados; discutir a conveniência de cada unidade de medida relativa ao objeto que se quer pesar (pesar uma mochila ou um anel, por exemplo).

ETAPA III – Contextualização e apresentação do Sistema Internacional

Objetivo: Passar da compreensão e uso da unidade de medida informal à compreensão e uso das unidades de massa padronizadas do Sistema Internacional (SI); garantir a compreensão do Sistema Internacional como convenção elaborada a partir de necessidades históricas. Realizar pesagens e conversão de medidas compreensivamente.

Procedimentos do professor: ler a carta do Editor do Jornal e apresentar o novo problema às crianças. Possibilitar o contato com diferentes balanças, especialmente a de peso e posteriormente a digital. Contextualizar o surgimento histórico do S.I. a partir de textos de revistas paradidáticas de ciências e vídeos; visitar espaços que ofereçam vivência quanto à importância e formas de padronização de unidades de massa/peso (Estação Ciência, Espaço Catavento, IPT etc.)

Avaliação: conversão da “unidade-bolinha” para a unidade de massa do S.I (grama) e multiplicação e divisão da unidade grama.

4º problema desencadeador: como transportar a medida em “unidades-bolinha de gude” para uma unidade que valha em todo o mundo?

“Ana Lúcia ficou animada com o sucesso de sua torta. Em sua casa, todos a elogiavam: a torta desmanchava na boca, misturando o doce da banana e o azedinho das uvas... hummm! A vó Lídia, muito contente, comentou com a neta que havia lido no jornal infantil sobre um concurso de receitas com participação de crianças do mundo todo. As inscrições poderiam ser feitas pela Internet. Vó Lídia e Ana passaram a semana checando o formato da inscrição. Ana escreveu a receita da vó Lídia e enviou para o site. Na semana seguinte, recebeu uma carta do jornal:

São Paulo, 25 de novembro de 2013

Cara leitora Ana Lúcia,

Sua receita foi selecionada porque utiliza frutas, um ingrediente que o Brasil tem em quantidade e qualidade. Achamos muito curioso o modo como você mediu as quantidades de frutas, com bolinhas de gude. No entanto, como este é um concurso internacional, lembramos a você que não há bolinhas de gude em outros países, como no Brasil. Na Holanda ou na Rússia as crianças não vão conseguir pesar com as bolinhas. Sugerimos que você transforme a pesagem em bolinhas em pesagem com alguma unidade de medida que as pessoas de lá entendam.

Aguardo uma resposta rápida.

Um abraço,

Editor do Jornal “Criança Hoje”

Ana Lúcia coçou a cabeça... e agora? Ela não contava com isso.... Como fazer para transformar as bolinhas de gude em alguma unidade de medida que alguém lá na Rússia pudesse conhecer?

Ana tinha muita pressa, porque não podia perder o concurso. Começou a pesquisar como poderia entender a pesagem. Foi até a sua professora e perguntou:

- Onde posso saber como pesar as frutas da minha receita de torta de um jeito que um russo, um holandês, um “nãooseiqueladês” vá entender? Eu só sei o quanto elas pesam em bolinhas...

A professora de Ana, orgulhosa por poder ajudar a menina, procurou com ela e encontrou, na revista Ciência Hoje das Crianças, uma curiosa história sobre o surgimento da atual unidade de medida de massa, o quilograma, ou quilo:

“O quilograma é a massa de um decímetro cúbico de água. Isso significa que se você fizer um recipiente em forma de cubo com dez centímetros de lado, enchê-lo de água e colocá-lo na balança, descontando-se a massa do recipiente, o peso deve ser de um quilograma. O volume ocupado por esta quantidade de água equivale a um litro.

A partir de 1840, uma lei francesa decretou que o sistema métrico deveria ser a única forma de pesar e medir as coisas naquele país.” (Ciência Hoje das Crianças, setembro de 2013).

Ana foi então conhecer uma balança de pesos, e viu que elas funcionavam mais ou menos como o sistema de bolinhas de gude que ela tinha inventado. O peso de um quilo ficava de um lado e o comerciante podia encher o prato do outro lado com frutas, arroz ou o que quisesse, até que os dois pratos se equilibrassem.

Neste momento, o uso de balanças de dois braços com pesos do S.I. é bem oportuno, para estabelecer a comparação entre os pesos e as unidades a pesar. Pode-se pesar as bolinhas de gude, frutas, materiais dos alunos. É um bom recurso trabalhar com pesos equivalentes (1 kg e 4 pesos de $\frac{1}{4}$ de kg ou 250 g), possibilitando o trabalho com múltiplos e submúltiplos

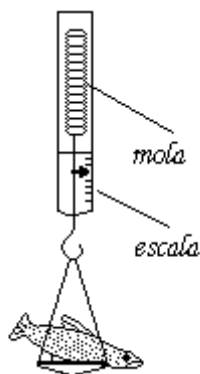
Figura 6: Modelo de balanças



Fonte: acervo do projeto.

Ela também aprendeu que essas balanças de peso eram muito antigas, e que já tinham sido inventadas balanças que marcavam o peso com braço só (a pessoa pendurava o objeto a ser pesado num gancho e um ponteiro indicava numa escala o quanto pesava o objeto).

Figura 7: Balança digital



Fonte: acervo do projeto.

Hoje em dia temos, ainda, a balança digital, que funciona com sensores de peso e já fornecem o número de quilos que os objetos pesam diretamente.

A partir dessa informação, a Ana pôde pesar suas bolinhas de gude na balança do feirante ou não do restaurante por quilo que tinha perto da sua casa e conseguiu dizer quantos gramas de banana precisavam ser considerados na receita.

Checagem (avaliação) da etapa III

Vamos repetir a experiência da Ana para descobrir quantos gramas de bananas e uvas ela usou na torta? *Usar uma balança de pesos, de preferência, e depois transitar para uma balança de cozinha com ponteiros ou digital.*

Ana usou: 10 bolinhas de gude	Em gramas, isso dá _____	
Se ela usasse 20 bolinhas de gude	Em gramas, isso daria _____	
Se o peso de 10 bolinhas de gude é de _____	Uma bolinha de gude pesa _____	

Pode-se pedir também que as crianças estimem e pesem pequenos objetos, registrando a estimativa feita e a pesagem.

Os exercícios dos Cadernos de Apoio, especialmente os do 4º e 5º anos, que envolvem conversão de medidas informais para unidades do S.I., podem ser bons complementos a estas atividades.

Sugestões de visita: ao IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas) ou IPEM (Instituto de Pesos e Medidas) – para conhecer os instrumentos de aferição de massa (peso) e como se faz a regulagem das balanças.

Registro das atividades em andamento na EMEF Mario Fittipaldi (outubro/novembro de 2013)

Quadro 1: Registros fotográficos

Atividade de Ensino de Medidas de Massa/Peso – “O problema de Ana Lúcia” – EMEF Mario Fittipaldi – outubro e novembro de 2013



Etapa I - Aprendendo como funciona uma balança
(3º B- primeira problematização)



Laboratório de Artes com as equipes para a experiência – cada integrante do grupo recebeu uma incumbência (cortar as frutas, colocar na balança, registrar, manter a mesa em ordem)



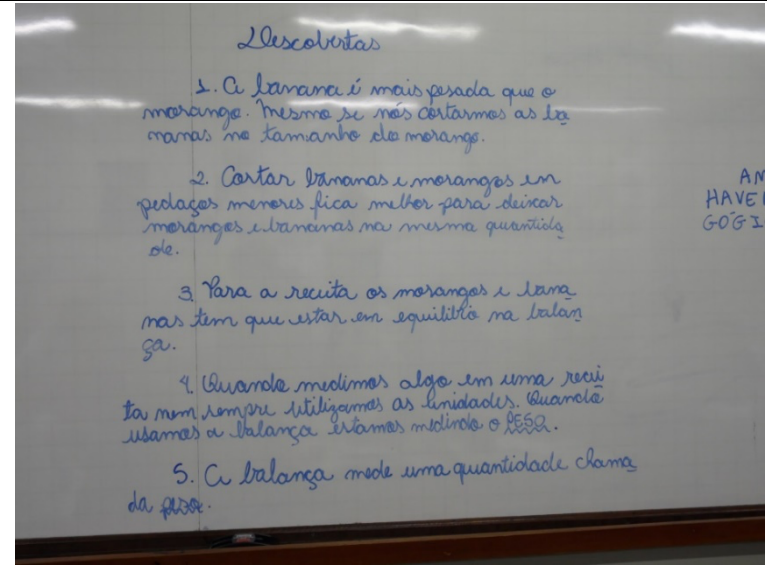
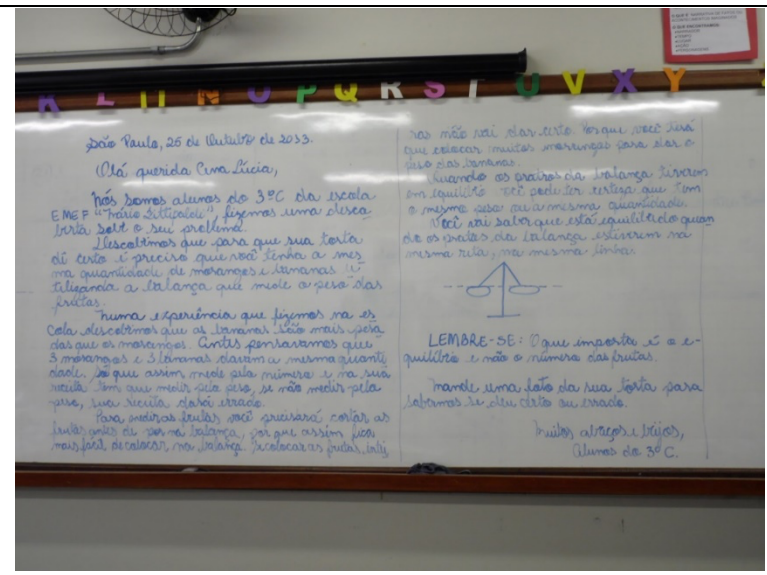
Etapa I – captação da grandeza envolvida (peso) e superação das hipóteses iniciais (contagem de frutas e equivalência por tamanho)



O resultado esperado: o equilíbrio é a demonstração de que o peso é igual.



Etapa I – captação da grandeza envolvida (peso) e superação das hipóteses iniciais (contagem de frutas e equivalência por tamanho)

 <u>Descobertas</u> 1. A banana é mais pesada que o morango. Mesmo se nós colocarmos as duas frutas no tamanho do morango. 2. Cortar bananas e morangos em pedações menores fica melhor para deixar morangos e bananas na mesma quantidade de. 3. Para a receita os morangos e banana tem que estar em equilíbrio na balança. 4. Quando medimos algo em uma receita nós sempre utilizamos as unidades. Quando usamos a balança usamos medidas e peso. 5. A balança mede uma quantidade chamada peso. AM HAVEI GOGI	Resultado das observações após a Etapa I
 João Paulo, 26 de Outubro de 2023. (Mãe querida Ana Lúcia, Nós somos alunos do 3º C da escola EMEF "Três Unidos", fizemos uma pesquisa sobre o seu trabalho. Descobrimos que para que sua receita de bolo é preciso que você tenha a mesma quantidade de morangos e bananas. Utilizando a balança que mede o peso das frutas. Uma experiência que fizemos na escola descobrimos que as bananas são mais pesadas que os morangos. Antes pensamos que 3 morangos e 2 bananas estavam na mesma quantidade, só que assim mediu pelo número e na sua receita, com sua medida de peso, se não medir pela peso, sua receita não vai dar certo. Para medir as frutas, nós usamos a balança, por que assim nós podemos descobrir, na balança, qual das frutas está mais pesada. Quando os pesos da balança ficam em equilíbrio, você pode dizer que tem o mesmo peso ou a mesma quantidade. Nós não sabemos se está equilibrado quando os pesos da balança estiverem na mesma altura, mas mesma linha. LEMBRE-SE: O que importa é o equilíbrio e não o número das frutas. Mande uma foto da sua receita para lembrarmos de seu dia no trabalho. Muito obrigado e feliz, Alunos do 3º C.	Carta enviada à Ana Lúcia pelo 3º C, após o final da Etapa I (síntese parcial da captação da grandeza “peso”)
	Etapa II– criação da unidade de medida (bolinhas de gude)



Etapa II – criação da unidade de medida (bolinhas de gude)



Etapa II - Registro da solução encontrada (equiparar as bananas a bolinhas de gude, para fazer a comparação com as uvas à distância)

Fonte: acervo do projeto.

Indicações de jogos para trabalho complementar do conceito (jogos retirados da Internet)

- Jogo da balança lógica: É um jogo online que a partir das posições das balanças é possível determinar, logicamente, qual é o objeto com maior massa;
<http://j1.rachacuca.net.br/jogos/bin/balanca-logica.swf>
- Jogo da balança gelatinosa: É um jogo online que o jogador pode aumentar o tamanho de gelatinas e através de sua massa equilibrá-las numa balança;
http://www.papajogos.com.br/jogos-de-puzzle/Balanca_Gelatinosa_463.html
- Mass Attack: Em diversos níveis que vão ficando difíceis conforme você vai completando, o objetivo do jogo é igualar o peso entre as duas balanças, criando diferentes bolas com o mouse em ambas.
- <http://clickjogos.uol.com.br/Jogos-online/Acao-e-Aventura/Mass-Attack/>

Leituras complementares

<http://chc.cienciahoje.uol.com.br/para-pesar-e-medir-a-metrologia-esta-ai/> - Texto explicando por que foi necessária a invenção da padronização das medidas.

<http://chc.cienciahoje.uol.com.br/quanto-vale-um-prato-de-farinha/> - Notícia da Ciência Hoje das Crianças sobre o povo kalunga, comunidade quilombola que inventou um sistema de medidas prático e que pode ser feito em qualquer escola!

<http://chc.cienciahoje.uol.com.br/os-doces-das-sinhas/> - Resenha de livro que resgata 80 doces da época da Colônia. Um dos problemas foi a transcrição das medidas para os padrões de hoje. Acompanha uma deliciosa receita de doce.

Inmetro == o tempo todo com você. Vídeo didático produzido pelo Inmetro com uma animação explicando por que é necessário haver a padronização das medidas.

<http://www.youtube.com/watch?v=z7PtZk4PSbs#t=223>

Referências

AFONSO, J. C.; SILVA, R. M. A evolução da balança analítica. *Revista Química Nova*, São Paulo, v. 27, n. 6, p. 1021-1027, jun. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-4042004000600030>. Acesso em: 20 set. 2013.

BENDICK, J. *Pesos e medidas*. Tradução Djalmir Ferreira de Mello. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura S.A., 1965.

Cadernos de apoio e aprendizagem : Matemática/Programa de Orientações Curriculares. São Paulo : Fundação Padre Anchieta, 2010 (1º, 2º, 3º, 4º e 5º ano). SEF/MEC. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*. Brasília : SEF/MEC, 2012.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. *Orientações Curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental : ciclo I /Secretaria Municipal de Educação – São Paulo : SME/DOT*, 2007.

SILVA, I. *História dos pesos e medidas*. São Carlos: EDUFSCar, 2004.

Medida de Superfície (Área)

Introdução

Os locais ocupados para moradia, lazer, trabalho e demais atividades humanas são geralmente regulares (com formatos poligonais ou circulares). Porém, o formato da superfície terrestre não se apresenta de maneira regular e plana, basta subir uma elevação para se perceber que o planeta não é composto apenas por planícies e observar ilhas para ver que não são circulares ou poligonais. A irregularidade das superfícies torna sua quantificação complexa e, por isso, ao longo da história, algumas civilizações regularizaram os formatos das superfícies que as cercam com o objetivo de tornar o cálculo de suas quantidades, chamado de área, mais simples e exato.

É comum deparar-se com uma série de exemplos das atuais necessidades humanas que remetem à regularidade no formato de superfícies e à utilização do conceito de área. Como exemplos, podemos citar o formato de uma sala de aula, o formato de praças, a divisão dos cômodos na planta de um apartamento; um terreno que possui 32m^2 ; a contagem do público presente em um evento a partir da média de pessoas que ocupavam 1m^2 ou o cálculo das áreas de cômodos em uma construção ou reforma, a fim de mobiliá-la ou revesti-la.

Processo lógico-histórico da medida da superfície

O registro mais antigo, que se tem conhecimento, sobre a utilização do conceito de área nas atividades humanas refere-se ao Antigo Egito. A agricultura e a pecuária eram práticas cotidianas e de acordo com a superfície de terra que se possuía pagava-se um determinado imposto ao faraó. Porém, no período de junho a outubro, o Rio Nilo entrava em seu período de cheia, deixando a terra de muitos habitantes submersa. Dessa forma, surgiu a necessidade de medir superfícies, pois era preciso recalcular a área de cada propriedade. Tal tarefa cabia a um *harpedonopta* (esticador

de corda), que se dirigia à propriedade e media a porção de terra restante, sendo o imposto proporcional a esta.

Este fato é relatado por Caraça (1951) no livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*:

Heródoto – o pai da História - historiador grego viveu no século V antes de Cristo, ao fazer a história dos egípcios no livro II (Euterpe) das suas *Histórias*, refere-se deste modo às origens da Geometria:

Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos. (CARAÇA, 1951, p.32, grifo do autor).

Ao dividir os terrenos, os egípcios utilizavam a regra 3, 4 e 5, referente ao triângulo retângulo. E a partir do *Papiro de Rhind*, documento encontrado no templo de Ramsés II, verificou-se que o cálculo de área de um triângulo qualquer era conhecido.

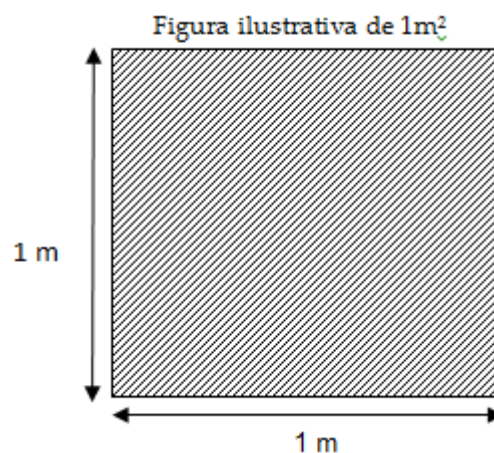
Posteriormente, por volta do século XVII, na Europa se media a superfície de terra de duas maneiras: medição por tempo de trabalho animal ou humano (para arar a terra) e medição por quantidade de grãos semeados.



Parte do Papiro de Rhind

Assim como as outras grandezas, a área possuiu medidas antropométricas, ou seja, medidas que utilizavam o homem como instrumento. Exemplos disso são as medidas de braça quadrada e de pé quadrado (derivadas das medidas lineares braça e pé), que correspondem às superfícies delimitadas por quadrados de uma braça e de um pé de lado, respectivamente. A braça é definida como a distância entre as extremidades dos dedos médios de uma pessoa com os braços abertos, enquanto o pé é definido como o tamanho do pé de uma pessoa.

Com a Revolução Francesa e a necessidade europeia de facilitar o comércio, as conversões e a comunicação científica, em 1799, se estabelece o Sistema Internacional de unidades (SI), em que o metro (m) foi definido como a unidade padrão para grandeza comprimento e o metro quadrado como unidade padrão para área (m^2), sendo esta uma unidade derivada da primeira, que consiste na superfície ocupada por um quadrado de um metro de lado.



Entretanto, ainda hoje a humanidade utiliza, por razões diversas, outras unidades de área como *are* (a), hectare (ha), acres, pés quadrados, alqueire paulista, alqueire mineiro, légua quadrada, entre outras.

Necessidade de medir a superfície como um problema

A partir das etapas da medida propostas por Caraça (1951), dos documentos oficiais que orientam o ensino e da aplicação da atividade de ensino, selecionamos o que consideramos necessário, aos estudantes dos anos iniciais, no processo de apropriação do conceito de área.

- Desenvolver noções de ‘superfície’ e reconhecer a ‘área’ como grandeza de um objeto.
- Identificar a ‘área’ como a quantificação da ‘superfície’.
- Diferenciar a ‘área’ e o ‘perímetro’ de um objeto.
- Reconhecer métodos de medida de ‘área’: por sobreposição a partir de uma unidade escolhida e por multiplicação das dimensões em uma superfície de formato retangular.
- Comparar objetos por sua ‘área’, estabelecendo relações quantitativas $>$, $<$ ou $=$.
- Definir uma unidade comum para medir a ‘área’ de um objeto.
- Reconhecer o metro quadrado como a unidade padrão de área, seus múltiplos e submúltiplos.

Esta atividade de ensino foi elaborada a partir da experiência profissional dos participantes do projeto, que presenciaram a falta de apropriação do conceito de área e sua confusão conceitual com o perímetro. Entende-se que é necessário iniciar o estudo de área com uma situação problema que desencadeie a apropriação do conceito.

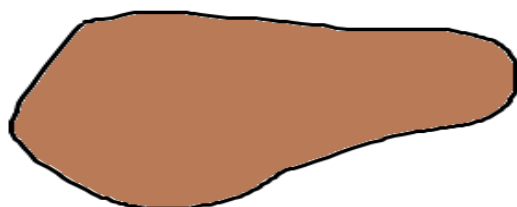
A compreensão do cálculo da área por multiplicação e a associação do quadriculado à unidade de área são dificuldades recorrentes dos estudantes. Assim, é preciso desenvolver o conhecimento teórico, relacionado à apropriação da essência do conceito, pois estudar apenas as questões em malhas quadriculadas não produz o movimento que gera uma compreensão clara pelos alunos, e sim, um conhecimento empírico em que os alunos resolvem os problemas baseados na visualização e observação do desenho. Um exemplo disso são os estudantes que associam o cálculo de área ao fato da figura estar quadriculada e, do perímetro, ao fato da figura possuir seu contorno destacado. Assim, propõe-se que os exercícios em malhas quadriculadas sejam realizados como complemento ao processo de apropriação, após o estudante chegar ao pensamento teórico da medida de área.

Dessa maneira, no primeiro momento, propõe-se a utilização do Tangran (Jogo Chinês de 7 peças) com o objetivo de desenvolver a noção de superfície, a comparação de áreas por sobreposição e uma breve diferenciação entre área e perímetro. Logo, o jogo Tangram se apresenta como possibilidade para o trabalho de introdução desses conceitos, a partir da sequência aqui proposta e outras que podem ser elaboradas pelo professor.

A continuação da atividade de ensino ocorre a partir de uma situação desencadeadora de aprendizagem, em que é proposta a elaboração de uma horta (real ou virtual) com o objetivo de que os estudantes se apropriem do conceito de medida de área. Durante a constituição da horta é preciso dividir e medir superfícies, o que implicará na necessidade de recursos matemáticos para repartir o terreno.

A situação desencadeadora de aprendizagem baseia-se na apresentação de um terreno irregular aos estudantes e proposição do problema desencadeador.

Com o coletivo reunido e o terreno visualizado, chega o momento de apresentar a situação problema a ser resolvida: *“Construiremos uma horta neste terreno. Para isso, precisamos dividi-lo igualmente entre os grupos, pois cada grupo será responsável por cuidar de uma parte. Como podemos dividir esta superfície de forma que cada grupo tenha a mesma quantidade de espaço para plantar?”*.



A intenção pedagógica é colocar as crianças no movimento de elaboração de estratégias para solucionar o problema proposto, que objetiva a apropriação do conceito de medida de área a partir da identificação de seu caráter bidimensional (duas dimensões: comprimento e largura), da comparação e medição de superfícies, da determinação de uma unidade (não padronizada: folha sulfite, cadernos), e posteriormente, da utilização da unidade de medida padrão e seus submúltiplos (m^2 , dm^2 , cm^2 , km^2).

Esta atividade de ensino introduz o conceito de medida de área a partir do trabalho do conceito em seu processo lógico-histórico, para que o estudante se aproprie e compreenda a medida da superfície como a decomposição desta em partes menores quadradas, a expressão numérica da área a partir da contabilização dessas partes quadradas e, posteriormente, a generalização da contagem através da multiplicação de linhas e colunas.

Portanto, a atividade de ensino tem por objetivo possibilitar às crianças a apropriação do conceito de área, como a medida da quantidade de superfície; do cálculo de área como a comparação entre superfícies, sendo uma destas a unidade de medida; da malha quadriculada como ferramenta para auxiliar na medida de área e da multiplicação de linhas e colunas como uma síntese da contagem dos quadrados da malha.

Desenvolvimento da Atividade de Ensino

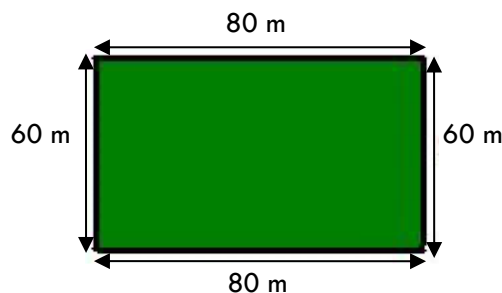
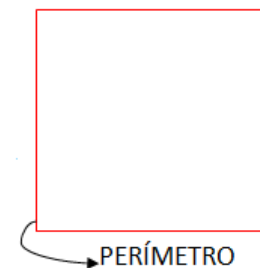
Como produto de um intenso movimento de discussão, pesquisa e prática pedagógica, apresenta-se a seguir uma atividade de ensino baseada nos pressupostos da Teoria da Atividade. Para organizar o trabalho dividimos em 3 momentos:

- 1) Primeiramente, propõe-se o trabalho com o Tangram, com o objetivo de utilizá-lo como ferramenta na comparação das áreas de figuras com mesmo formato, por meio da sobreposição. Além disso, se inicia uma discussão sobre a diferença entre os conceitos de área e de perímetro.
- 2) Em seguida, propõe-se aos estudantes uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de medida de área desenvolvida a partir da elaboração de uma horta.
- 3) Finalizando, propõe-se aos estudantes uma sistematização do cálculo de áreas em terrenos regulares, partes de quadras e no Geoplano, utilizando unidades de medida padrão (m^2 e cm^2).

A seguir, estão presentes alguns conceitos que aparecerão durante a atividade de ensino.

Perímetro - A palavra perímetro provém do latim *perimētros*, que, por sua vez, deriva de um conceito grego. Refere-se à medida de comprimento do contorno de uma superfície ou de um objeto.

Por exemplo, a quantidade de cerca para isolar um terreno destinado à plantação de milho.

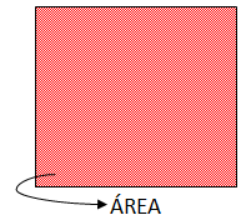


A partir da necessidade de cercar o terreno é preciso calcular seu perímetro que corresponde ao total de cerca necessário:

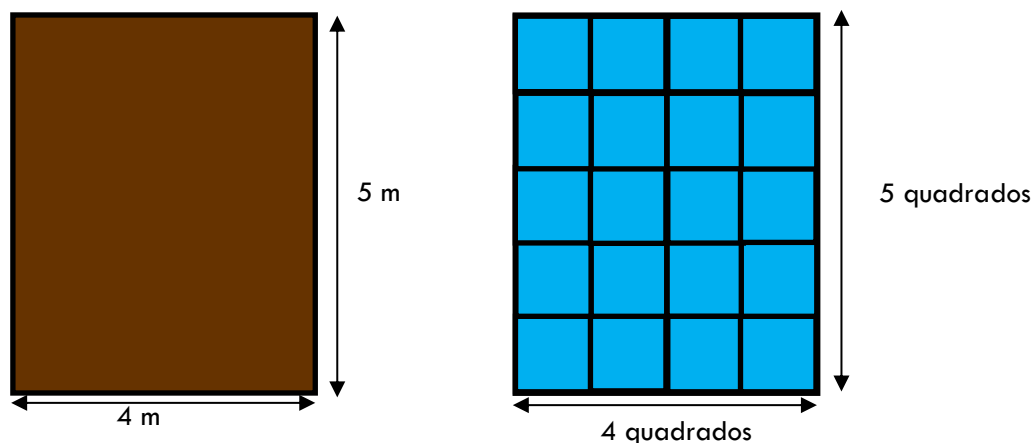
$$60 + 80 + 60 + 80 = 280 \text{ metros}$$

Assim, é preciso 280 metros de cerca.

Área - É a quantidade de superfície de determinado objeto ou parte dele. A medida se efetua a partir da comparação com uma unidade de medida superficial, anteriormente definida.



Como, por exemplo, um terreno retangular que possui 4 metros de largura por 5 de comprimento.



Ele pode ser sobreposto por 20 quadrados de 1 metro de lado, dessa forma sua área é de 20 m². Porém, seria inviável transportar moldes de 1 m² para realizar medidas de área, dessa forma, a humanidade precisou encontrar uma maneira mais simples de medir.

Dada tal necessidade, se percebeu a relação existente entre as dimensões do terreno e sua área. No exemplo, se o terreno fosse quadriculado os 4 metros de largura gerariam quatro quadrados em cada fila horizontal, enquanto os 5 metros de comprimento gerariam cinco quadrados em cada fila vertical, assim, para contabilizar todos os quadrados, basta realizar a multiplicação das dimensões do terreno:

$$4 \times 5 = 20 \text{ quadrados} \rightarrow 20 \text{ m}^2$$

O mesmo raciocínio é utilizado para dimensões contínuas. Como por exemplo, a superfície do chão a ser revestida em uma sala retangular, de dimensões de 4,50 m e 5,70 m.



(fonte: <http://www.casaoplanos.com/sala-decoracao/tons-natureza-parte2.html>)

A partir da necessidade de revestir a sala, calcula-se a área:

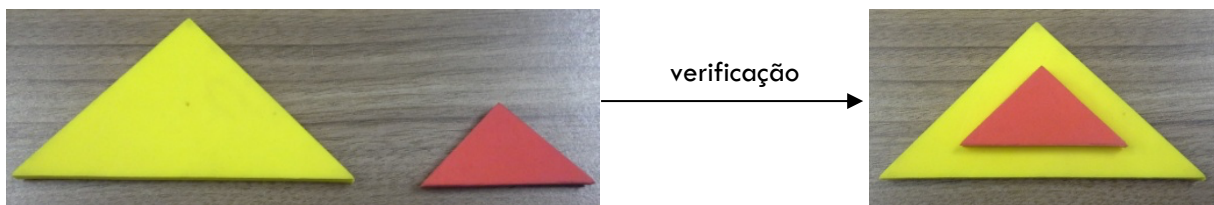
$$4,50 \text{ m} \times 5,70 \text{ m} = 25,65 \text{ m}^2$$

Dessa maneira, a superfície a ser revestida possui área de $25,65 \text{ m}^2$. Atenta-se ao fato de essa medida corresponder à área do chão, assim não há como comprar exatamente $25,65 \text{ m}^2$ de pisos, logo é necessário que se compre uma quantidade superior.

Sobreposição – Através da sobreposição realizam-se comparações ou medida de duas ou mais superfícies sobrepondo-as.

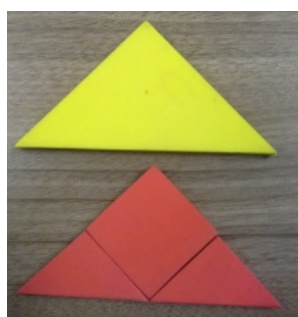
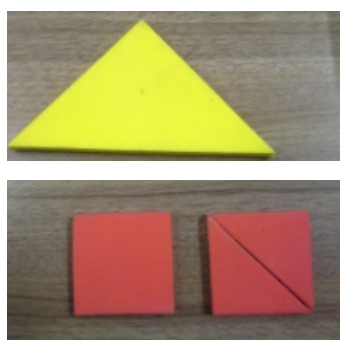
Na comparação por sobreposição, verifica-se se a quantidade de superfície é maior, menor ou igual a outra.

Exemplo: A área do triângulo amarelo é maior que a área do vermelho



Na medida por sobreposição verificam-se quantas peças da unidade de medida são necessárias para cobrir totalmente a superfície a ser medida.

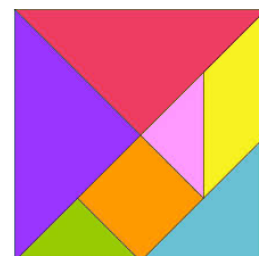
Exemplo: Sabendo que com dois triângulos vermelhos, consegue-se formar um quadrado, pode-se concluir que a área do quadrado vermelho é igual a soma da área dos dois triângulos vermelhos. Utilizando um quadrado vermelho e dois triângulos vermelhos torna-se possível formar um triângulo com área igual à área do triângulo amarelo, portanto a área do triângulo amarelo é igual a de quatro triângulos vermelhos.



Durante o desenvolvimento da atividade, é importante que o professor explicita, discuta, esclareça e utilize adequadamente o vocabulário com seus alunos. Pois, cada palavra significa um conceito importante.

Tangram

O Tangram foi escolhido como recurso para iniciar a comparação das áreas, trabalhar com a sobreposição e observação de que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes. Entendemos que outros materiais podem ser utilizados, como por exemplo, trabalho com mosaicos, jogo dos pentaminós, porém o Tangram é um material de fácil acesso e confecção.



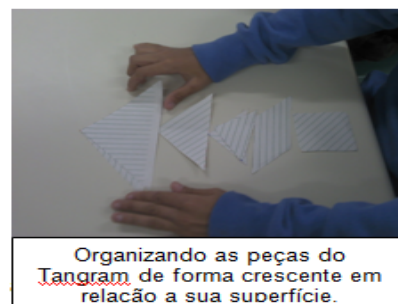
A Enciclopédia do tangram mostra 1700 figuras catalogadas, mas em algumas páginas da Internet falam em mais de 3000 figuras possíveis. As regras para “brincar com o Tangram” são muito simples:

- Sempre usar as 7 peças;
- As peças precisam se tocar;
- As peças não podem ser sobrepostas;
- A figura formada tem que ser reconhecida de fato.

O Tangram é formado por sete peças, são elas: 5 triângulos: 2 grandes, 1 médio e 2 pequenos; 1 quadrado; 1 paralelogramo.

Ação I: Comparação por sobreposição a partir do uso do Tangram.

a) Propor aos estudantes que organizem as peças do Tangram de forma crescente em relação a sua superfície. A partir das soluções, questionar os alunos: Existem peças com a mesma superfície? Como posso compará-las? A partir da composição de duas ou mais peças é possível formar outra(s) peça(s)? Se sim, instigue a demonstração de um exemplo e peça ao aluno que escreva na folha de registro.



ESCOLA _____

Nome: _____ nº _____ Turma: _____

FORME AS FIGURAS GEOMÉTRICAS COM A QUANTIDADE DE PEÇAS INDICADAS.

FIGURA	QUANTIDADE DE PEÇAS	PEÇAS UTILIZADAS
QUADRADO	USANDO DUAS PEÇAS	 Dois triângulos pequenos ou dois triângulos grandes.
PARALELOGRAMO	USANDO DUAS PEÇAS	 Dois triângulos pequenos ou dois triângulos grandes.
TRIÂNGULO	USANDO DUAS PEÇAS	 Dois triângulos pequenos ou dois triângulos grandes.

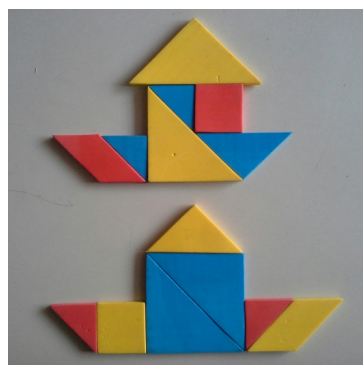
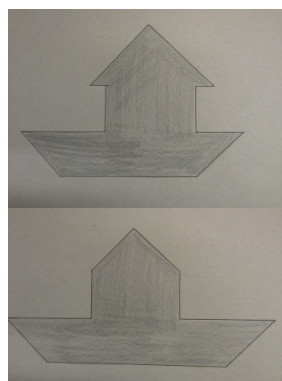
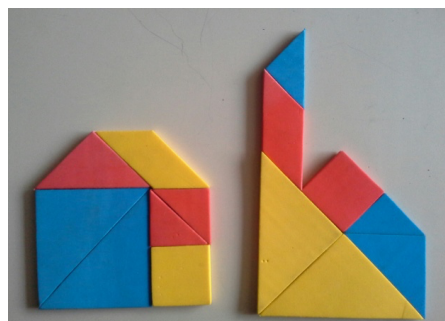
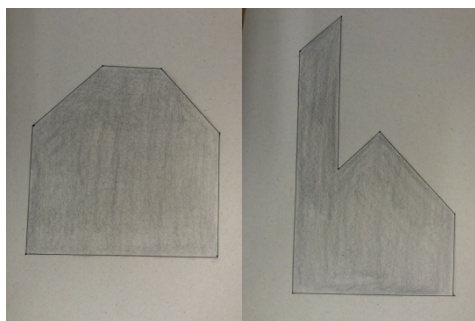
b) Forme figuras geométricas usando duas ou mais peças do Tangram.

Propor o desafio de construir outra figura geométrica utilizando todas as sete peças do Tangram, depois comparando com o quadrado inicial e outras figuras que surgiram na classe, provar que todas têm a mesma superfície.

Ação II: Diferenciar perímetro e área utilizando o Tangram

Se o Tangram não é conhecido pela turma, deixe que as crianças brinquem formando as figuras que conseguirem a partir de modelos e depois livremente, destacando as regras do brinquedo/brincadeira, para que, ao propor o problema, o brincar não seja a atividade principal dos estudantes.

a) Construir a sombra das figuras dos dois navios e das duas casas sobre um papelão²¹; desafiar os estudantes a preencher as sombras com as peças do Tangram; preenchidas as sombras, observar que usaram todas as peças do Tangram para preencher, logo as duas casas e os dois barcos tem a mesma área.



²¹ A construção, da sombra das casas e do navio, depende das medidas do Tangram que a Escola dispõe.

- b) Colocá-las lado a lado e perguntar se possuem o mesmo tamanho em relação ao contorno, ou seja, se o perímetro é o mesmo. Precisarão de um instrumento de medida, por isso, sugere-se o uso de barbante e alfinetes (durex/fita crepe) para fazer os contornos das duas figuras, depois esticar os barbantes e verificar se os dois barbantes possuem a mesma medida²²;
- c) Conversar com o grupo sobre a diferença entre medir perímetro e área.
- d) Concluir com a turma que duas figuras podem ter mesma área e perímetros diferentes.

Se desejar, aprofunde a discussão. Procure figuras que possuam ou não o mesmo perímetro a fim de ampliar os exemplos e fomentar as verificações dos estudantes.

Em uma turma de Educação Infantil (5 anos) as crianças faziam uma atividade de sobreposição com as peças do Tangram quando formou a figura de um paralelogramo. As crianças disseram que não sabiam o nome daquela figura uma delas disse “É um retângulo que está deitado”. A professora, na continuidade do trabalho, nomeou a peça corretamente e a partir daí passou a ser utilizada regularmente pelas crianças quando a figura aparecia.

Situação Desencadeadora de Aprendizagem

“Elaborando uma Horta”

Dentre as diversas situações desencadeadoras de aprendizagem do conceito de medida de área pensadas, a horta mostrou-se a mais interessante devido às possibilidades por ela apresentadas. Por meio da horta pode-se explorar formatos regulares e irregulares, elaborá-la de forma real (terreno) ou virtual (TNT, papel pardo, etc.), realizar sobreposição, discutir sobre alimentação saudável etc.

²² O perímetro da primeira casa é menor que o da segunda. E o perímetro do primeiro barco é menor que o segundo.

Para as crianças, além do conceito matemático desenvolvido, objetivo principal desta atividade, é possível também a ação concreta de produzir algo participando de todas as suas etapas.

Recursos necessários para desenvolver a situação desencadeadora de aprendizagem - horta:

- ✓ Parte de um terreno*;
- ✓ Ferramentas para preparo e manuseio do terreno (enxada, pá, ancinho, tesourão);
- ✓ Terra adubada ou adubos para terra;
- ✓ Sementes ou mudas diversas;
- ✓ Baldes, Regadores ou Mangueira;
- ✓ Papéis Sulfite (A2, A3, A4 e A5), pardo, vegetal; jornal, tecidos de cores diversas.
- ✓ Caneta, Lápis, caderno;
- ✓ Barbante, Régua, Trena, Fita Métrica
- ✓ Encartes de empreendimentos imobiliários
- ✓ Fotos de plantações

*Onde não for possível um terreno real, poderão ser utilizados tecidos, como por exemplo o TNT, para confecção do terreno.

Ação I: Espaço de conversa sobre Medidas

Objetivos

- Identificação de espaços ocupados pelos próprios estudantes e seus formatos.
- Noção de representação bidimensional.

Para continuação do trabalho sugere-se que o professor explore com os alunos contextos que envolvam superfícies, converse sobre o que identificam como superfície

e a linguagem utilizada socialmente em sua divisão e medição. Por exemplo, o formato e a divisão da quadra (que geralmente comporta três diferentes divisões de sua superfície: Basquete, Vôlei e Futebol de Salão), do chão da sala de aula e pátio da escola (que geralmente tem divisões diferentes), a casa que eles moram, janelas da escola entre outros elementos são exemplos que podem ser abordados.

Neste momento do trabalho é importante sair do plano da imaginação e levar o grupo aos locais que ele selecionou, previamente, para observar e identificar claramente o que está sendo observado.

Durante a conversa questionar se as divisões foram feitas aleatoriamente, se mediram, se as divisões estão todas iguais ou parecidas, ou visualmente bem diferentes. Em seguida conduzir a conversa sobre a divisão da casa de cada um, dos cômodos, da sala de aula e da própria escola.

- Propor um desenho da casa, em que os estudantes apontem todos os espaços existentes.

Para acompanhar estas conversas podem-se trazer encartes e propagandas onde aparece divisão dos espaços e também a sua nomenclatura, como por exemplo; encartes e propagandas de vendas de imóveis trazem o m^2 , se a turma não questionar o significado do m^2 , o professor pode questioná-las sem sistematizar o conceito, pois essa pergunta será respondida no decorrer da resolução da situação problema.

Este processo vai trazer a tona outro olhar sobre o espaço, e principalmente, sobre a percepção da ação humana na divisão e organização dos espaços e das superfícies. Por isso, é interessante comparar o desenho da casa que realizaram, com as plantas dos encartes de imóveis, para observarem a localização dos cômodos, a divisão da planta de um terreno e começarem a perceber a importância da linguagem (metros quadrados) para comunicação da medida.

Provavelmente, será necessário repetir a tarefa do desenho ao final da discussão, pois algumas crianças podem ter desenhado sua casa como se estivesse a olhando de frente.

Ação II: Espaço de conversa sobre Hortas e plantações

Objetivos

- Introdução à plantações e vegetais.
- Contextualização da situação desencadeadora de aprendizagem

Como o produto final da atividade será uma horta, é necessário que desta conversa inicial se faça uma nova rodada, agora focando a questão alimentar. Em uma roda de conversa, explorar o cardápio da escola e trazer questões sobre o que está envolvido na sua produção. Pode-se também explorar o ambiente escolar, investigando possíveis árvores, frutíferas ou não, hortaliças e plantas que a escola possa ter. Conversando sobre sementes, mudas, conhecendo o que os estudantes sabem sobre o assunto.

Exemplos de questões para o início da conversa: Onde são produzidos partes dos nossos alimentos? Quem planta e cuida dos nossos alimentos? Onde eles são plantados? Que condições são necessárias para o plantio e desenvolvimento destes alimentos?

Separe fotos de plantações e mostre para classe durante a conversa, para que observem a organização em fileiras das mudas.



Ação III: Apresentar a Situação Problema

Objetivos

- Divisão igualitária da superfície do terreno, entre os grupos participantes.
- Apropriação do caráter bidimensional da superfície.

Neste momento organize os estudantes em grupos, a quantidade pode variar entre 3 a 7 grupos, dependendo do total de alunos da sala. Este coletivo desenvolverá as discussões, planejamento, execução e ações de divisão da superfície, preparo do plantio e cuidados da horta.

Se na escola existir um terreno que possa ser usado para esta atividade, agregará uma melhor qualidade e criará mais possibilidades de exploração de outros conceitos, além dos matemáticos. Onde não houver terreno, trabalhe em “terrenos criados” com tecidos e outros materiais que possibilitem o trabalho sobre área.

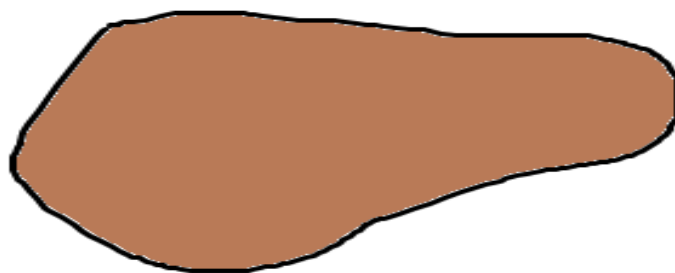
Formado os grupos, ir ao terreno previamente escolhido e marcar o perímetro da superfície, de maneira irregular, que será dividida em partes iguais. É importante o formato irregular do terreno, pois a intenção é que, no desenrolar da atividade, os estudantes concluam que terrenos irregulares dificultam a medida de sua área. Assim, essa foi uma das razões que a humanidade regularizou os formatos, a fim de facilitar a sua medida.

O ideal, no caso do terreno real, é fazer um sulco na terra para marcar o perímetro da superfície onde serão desenvolvidos os trabalhos.

*No caso da escola em que a horta real não for possível, todo o processo de medição de uma superfície pode ser feita utilizando TNT, KRAFT ou equivalentes como moldes do terreno.

* Mesmo onde a horta real pode ser construída, o molde do terreno é uma ótima solução para agilizar a atividade em dias de chuva ou outros tipos de situações que impeçam o uso do espaço.

* É importante o professor saber, previamente, a área do terreno. Assim, poderá melhor orientar o desenvolvimento da solução.



Com o coletivo reunido, o terreno visualizado, chega o momento de apresentar a situação problema a ser resolvida: *“Realizaremos uma horta, assim, precisamos dividir o terreno igualmente entre os grupos, pois cada grupo será responsável por cuidar de uma parte. Como dividir esta superfície de forma que cada grupo tenha a mesma quantidade de espaço para plantar?”*.

Para maior comodidade do grupo, e melhor organização da atividade, o ideal é que esta parte seja feita em um espaço mais amplo ou com a sala reorganizada para que todos visualizem o terreno a ser dividido.

Retomar a roda de conversa para que todos possam compartilhar e discutir sugestão para resolver a situação problema, reforçando que todos os grupos devem ficar com a mesma quantidade de superfície para efetuar o plantio. Questione-os: *“Como podemos dividir este terreno de forma que todos os grupos tenham a mesma superfície para o plantio?”*

Ação IV: Levantar e testar hipóteses

Objetivos

- Verificar as sugestões de solução
- Apropriação do caráter bidimensional da superfície

Em todos os grupos (Fundamental I e II) uma solução que surge em relação a situação proposta é que se meça o comprimento ou a largura total e depois faça uma segunda divisão em partes iguais.

O professor será responsável por anotar e questionar as hipóteses que os estudantes levantarem. É comum que, no primeiro momento, os alunos dividam o terreno apenas visualmente, por tentativas, sem que mencionem a ideia de medir (figuras x). Assim, cabe ao professor conduzir a atividade questionando a divisão dos alunos: Os terrenos ficaram com tamanhos iguais? Como verificar se os terrenos foram divididos igualmente?



A classe precisa sentir a necessidade de medir a superfície. Percebendo isso, abra espaço para sugestões de quais instrumentos podem ser utilizados para medir o terreno. Deixe livre, mesmo que essas sugestões não incluam a utilização ideal de instrumentos para calcular a área (como usar a régua, a fita métrica ou barbantes para medir comprimentos interiores do terreno), porém, oriente a turma a pensar sobre as diferentes hipóteses surgidas.

Pense sobre as respostas que dará para as hipóteses levantadas e organize os materiais (régua, fita métrica, barbante, linha, trena, folhas sulfite, cadernos entre outros que possam surgir). E também já comece a organizar a forma que trabalhará com estes instrumentos no momento de experimentar ou reorganizar as soluções propostas. Não precisa realizar tudo em uma única aula.

Em uma turma com crianças de 3º ano do Fundamental I eles usaram trenas, mas na hora de marcar os resultados encontrados eles diziam: “mede 345 e 228”. Quando perguntado pela professora: “345 e 228 o que?”, as crianças não sabiam responder.

O professor, ao preparar a devolutiva, precisa ter cuidado para que não faça conclusões pelos estudantes, mas aproveite a ideia que mais se aproxima da solução ideal, sempre estimulando a participação do grupo. Ainda, a desmontagem ou ratificação da hipótese deve ser feita pelo coletivo. Cabe ao professor direcionar ao conceito principal a ser discutido e experimentar as sugestões mais corretas ou aproximadas ao conceito do cálculo de área.

Em um grupo a solução pode surgir logo nas primeiras hipóteses. Em outro grupo, esta solução pode exigir uma maior intervenção do professor.

Todas as propostas de soluções precisam ser ouvidas e testadas. O incentivo para que o aluno demonstre o raciocínio desenvolvido para resolver a situação é importante para que tanto o professor quanto o grupo compreenda, e assim, possa concordar ou discordar do que foi apresentado.

Nesta etapa os alunos geralmente dividem o terreno utilizando os materiais não convencionais de medidas (barbante, por exemplo), mas é importante que o professor possibilite esse momento de testes da divisão e medição do terreno. Entretanto, é comum os alunos sugerirem e usarem trena ou fita métrica, medindo a largura e comprimento em um ponto do terreno e dividindo pelos grupos existentes, não observando a superfície como o atributo a ser mensurado.

As seguintes perguntas podem ser feitas para que a classe pense sobre as medições realizadas: “O que desejamos medir?”, “O instrumento que usamos é adequado?”, “Há outras maneiras mais adequadas para comparar superfícies?”.

Espera-se que os alunos, depois de discussões, sugiram a medição do terreno a partir de cadernos, folhas, estojos ou demais objeto a fim de preencher a superfície da parte dividida ou o terreno por completo, ou seja, que concluam que uma superfície é medida a partir de outra superfície. Caso isto não surja naturalmente uma sugestão é o professor voltar a um espaço onde esta divisão esteja visível (como, por exemplo, o chão da sala ou uma parede azulejada existente na escola e problematizar a situação), orientando as ações para serem resgatadas no momento que voltarem ao terreno.

No caso de ter desenvolvido atividades anteriormente com Tangram, pode-se buscar subsídios ao relembrar a comparação das peças por sobreposição.

Em uma turma do 5º ano quando apresentado a situação da divisão do terreno, uma aluna deu a seguinte solução “Podemos pegar folhas de jornais, prender, ver quantas precisa pra cobrir e depois dividir a quantidade certa pra cada grupo...” Quando a professora perguntou por que ela tinha pensado deste jeito a aluna respondeu que tinha lembrado das “brincadeiras” com o Tangram em sala.

Com a conclusão de que a divisão visual não resolveu o problema proposto, questionar: “Como efetuar a divisão do terreno entre os grupos?”

Geralmente, os alunos, ao se referirem ao terreno por completo, sugerem cobrir todo o terreno com o objeto escolhido como unidade de medida, contar quantos foram utilizados e efetuar a divisão pela quantidade de grupos. Porém espera-se que cheguem à conclusão de que o terreno, por ser irregular, só pode ser preenchido por aproximação, sendo assim a divisão também será aproximada. Nesse momento, o professor pode explicitar que essa, provavelmente, foi a razão pela qual o ser humano regularizou o formato das superfícies que o cercam, tornando o cálculo de suas áreas mais simples.



É importante que os alunos mostrem as supostas resoluções, para que o grupo possa discuti-la, aceitá-la, refiná-la ou derrubá-la. A potencialidade desta atividade é a validação ou não da solução apresentada ao coletivo, e neste espaço em que a situação se resolve.

Ação V: Divisão do terreno a partir da medida de área:

- ✓ Estabelecimento de uma unidade de medida de superfície.
- ✓ Utilização das unidades de medida padrão: m^2 , dm^2 , cm^2 .
- ✓ Divisão justa do terreno.

Espera-se que os alunos discutam e concluam que para dividir o terreno mede-se a partir da unidade escolhida e, posteriormente, divide-se pela quantidade de grupos estabelecida. Se a escolha for uma das formas do Tangram, ou outra qualquer, teste a hipótese sugerida (triângulos, retângulos, etc.) e depois relembre a linguagem utilizada nas plantas de casa, apartamento, etc. Perguntando: “Por que utilizamos convencionalmente a nomenclatura metro quadrado?”, “O que significa metro quadrado?”.

Questões que poderão ser levantadas: Será que são vários quadrados? De que tamanhos são esses quadrados? Qual seria o quadrado ideal para medir o terreno? De qual tamanho? Quantos desses quadrados cabem no espaço do terreno? De que forma podemos organizá-los na medição do terreno para facilitar a contagem? (linhas e colunas)

Retomar os instrumentos que a princípio se mostraram inadequados para medir o terreno (trenas, metros) e utilizá-los para construir os quadrados de 1m de lado. Para isto distribua no grupo folhas de diferentes tamanhos, Kraft, jornal, canetinhas, canetas, lápis e tesouras e inicie a construção de quadrados de 1m de lado, de 10 cm de lado (dm^2), de 1cm de lado (cm^2).

Nesse momento seria interessante explorar as propriedades do quadrado: seus quatro lados de mesmo comprimento e seus os quatro ângulos retos.

“Qual destes quadros construídos é o melhor para medir o terreno?” Assim medir o terreno com o escolhido, organizando-os em linhas e colunas, para facilitar a contagem. Expressar a área do terreno em número e usando a unidade de medida adequada.

Pode ser que ao levar os quadrados de papel para a parte externa da escola, aconteçam interferências climáticas, como o vento, sugerimos que a partir do papel faça o desenho no próprio terreno, contribuindo para uma melhor visualização das divisões.

Ao final explicitar que a unidade padrão de medida é m^2 , mas de acordo com a necessidade utilizam-se seus múltiplos ou submúltiplos. Como, por exemplo, se fosse medir a mesa do professor ou do estudante qual dos quadrados construídos seria mais adequado? Nesse caso o dm^2 é o mais apropriado. Dependendo do ano escolar, comentar a necessidade de utilização do km^2 na medição de áreas maiores como a área de município, estados, países e florestas.

- Propor aos estudantes que refaçam o desenho de suas respectivas casas, apontando todos os espaços existentes (nesse instante o desenho servirá para observar se houve um avanço qualitativo na percepção espacial dos estudantes).

Ação VI: Plantio

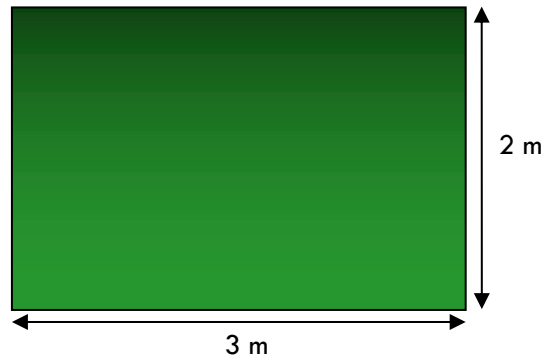
Definido a área de cada grupo, os processos de preparação, plantio e cuidados com a horta poderão ser iniciados. A finalização da atividade virtual pode ser o “plantio” de plantas feitas a partir de dobraduras ou colagens. Na horta real o trabalho é mais rico. Em um 2º momento outras atividades com a divisão de áreas podem ser construídas para, por exemplo, construir uma cidade (maquete).

Medindo áreas.

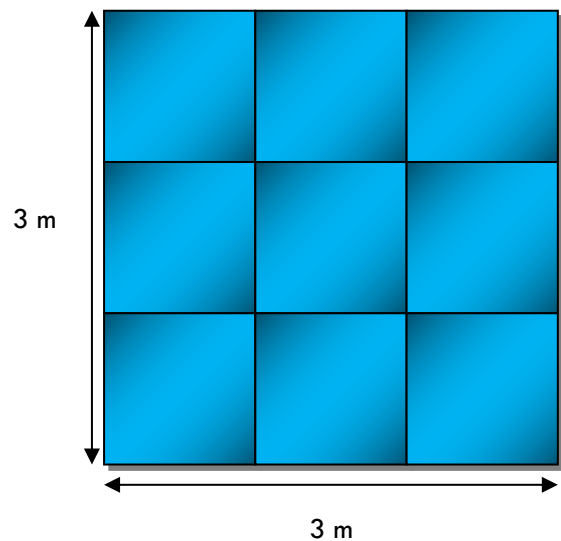
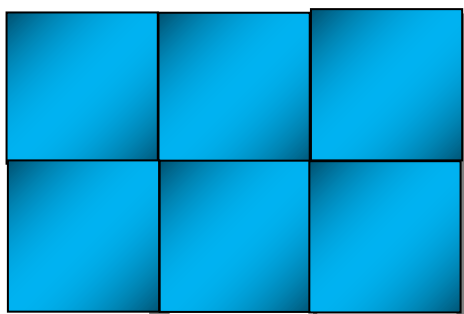
Ação I: Calcular a área de terrenos regulares

Após a apropriação da unidade de medida padrão, dar continuidade ao trabalho focando a utilização de linhas e colunas para o cálculo de áreas (*multiplicação da largura pelo comprimento*).

Construa um terreno retangular (real ou virtual) com 3 metros de largura por 2 de altura, apresente aos alunos e peça-os que meçam a área utilizando os metros quadrados construídos anteriormente.



Uma solução pensada pelas crianças pode ser revestir o terreno com os metros quadrados construídos anteriormente, de maneira que o terreno fique quadriculado, chegando a 6 m². Perguntar como eles contabilizam os quadrados presentes no terreno. Talvez algum aluno sugira a multiplicação 2 x 3, pois são duas linhas com três quadrados.



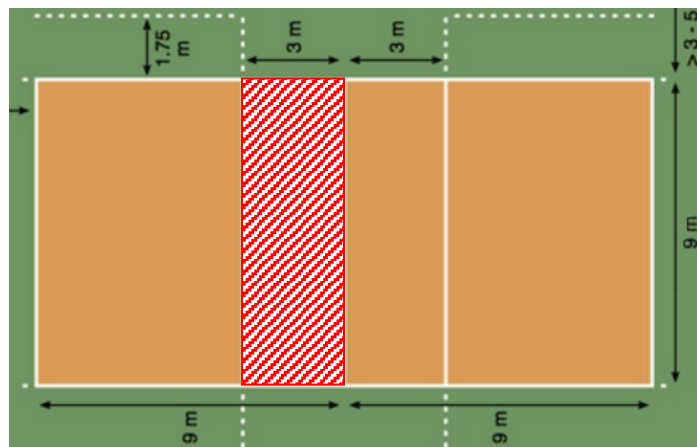
Posteriormente, apresente outro terreno de medidas 3m x 3m e pergunte se algum aluno conseguiria calcular a área do novo terreno sabendo as dimensões e sem utilizar os metros quadrados. Nesse momento, coloca-se o problema para que o estudante tente resolver a partir do que conhece e do que foi vivenciado até então.

Verifique e discuta as hipóteses, e posteriormente, preencha o terreno com os metros quadrados e questione-os: “Observaram alguma regularidade?”, “Existe alguma maneira mais fácil de calcular a quantidade total de metros quadrados?”, “Há

alguma relação entre as dimensões dos terrenos e suas áreas?”. Espera-se que concluam que a área é multiplicação das dimensões.

Ação II: Calcular a área de uma quadra de vôlei e suas partes

Na quadra da escola, observando a demarcação da quadra de vôlei, utilize os metros quadrados construídos, e proponha que meçam coletivamente a região de ataque (região hachurada na figura abaixo), ela é retangular com dimensões de $3\text{m} \times 9\text{m}$, gerando uma área de 27m^2 .

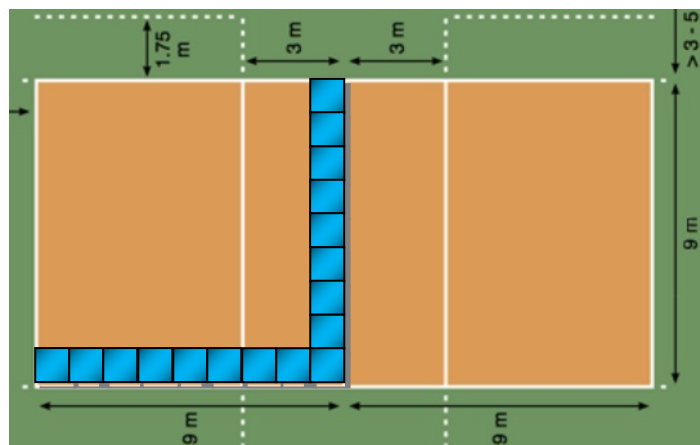


Após os estudantes colocarem os metros quadrados na superfície da quadra, questioná-los se há uma maneira mais rápida de contabilizá-los ao invés de contá-los um por um.

Para finalizar esta parte, desafiá-los a medir metade da quadra utilizando no máximo 20 metros quadrados. E a partir disso, saber a área total na quadra.

Nesse momento, deixe que o coletivo da sala tente solucionar o problema, o professor deve conduzir de maneira que todos possam opinar e verificar suas hipóteses.

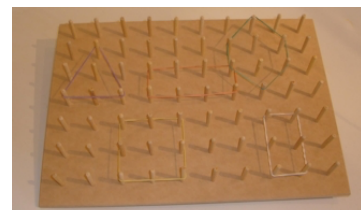
A intenção é que os alunos completem apenas uma linha e uma coluna e assim efetuem a multiplicação descobrindo a área da metade da quadra ($9\text{m} \times 9\text{m} = 81\text{m}^2$), e posteriormente, multiplicar por dois, chegando à área total de 172m^2 .



Ação III: Geoplano no cálculo de áreas e perímetros

Com os estudantes divididos em grupos (com 3 ou 4 pessoas em cada) distribua a cada um Geoplano.

Explicite que a distância entre os pinos do tabuleiro é de 1 cm, e portanto, o menor quadrado que pode ser formado é de 1 cm^2 .



Solicite aos estudantes que construam as seguintes figuras no geoplano:

Figura 1: Retângulo com lados medindo 1 e 6 unidades de comprimento.

Figura 2: Retângulo com lados medindo 3 e 6 unidades de comprimento.

Figura 3: Retângulo com lados medindo 3 e 4 unidades de comprimento.

Figura 4: Quadrado com lado medindo 4 unidades de comprimento.

Figura 5: Retângulo com lados medindo 2 e 8 unidades de comprimento.

Figura 6: Quadrado com lado medindo 5 unidades de comprimento.

A partir de cada construção peça que calculem as áreas de cada figura, completando o quadro e respondendo as perguntas a seguir.

Figura	Superfície (em unidades de área)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Há uma maneira mais simples de calcular a área? Como?

Qual destas figuras tem maior área?

Espera-se que os estudantes sugiram a multiplicação das linhas pelas colunas, principalmente aqueles que não se apropriaram anteriormente.

Além da potencialidade do Geoplano no ensino da medida de área, ele traz a possibilidade de retomar a diferença entre os conceitos de área e de perímetro, assim o professor pode pedir aos estudantes que construam outras figuras a fim de retomar essa distinção.

Solicite aos estudantes que construam no geoplano formas que possuam lados com as seguintes dimensões:

Figura 7: Retângulo com lados medindo 1 e 5 unidades de comprimento.

Figura 8: Retângulo com lados medindo 2 e 4 unidades de comprimento.

Figura 9: Quadrado com lado medindo 3 unidades de comprimento.

Figura 10: Retângulo com lados medindo 1 e 8 unidades de comprimento.

Com base nas construções preencha o quadro e responda as questões a seguir.

Figura	Perímetro (em unidades de comprimento)	Superfície (em unidades de área)
7		
8		
9		
10		

Qual destas figuras tem maior área?

Qual destas figuras tem maior perímetro?

Com auxílio do geoplano, construa todos os retângulos (de lados inteiros) que possuam perímetro igual a 20 unidades de comprimento, calcule suas respectivas áreas e as compare.

Com auxílio do geoplano, construa todos os retângulos (de lados inteiros) que possuam superfície igual a 24 unidades de área, calcule seus respectivos perímetros e os compare.

Nesse momento é interessante explorar com os estudantes as propriedades presentes nas duas últimas questões. A primeira tem a intenção de mostrar que perímetros iguais podem gerar áreas diferentes, e a segunda, mostra que áreas iguais podem gerar perímetros diferentes.

Como finalização deste trabalho com o Geoplano, proponha o seguinte desafio aos estudantes:

Rogério cercará seu terreno, pois iniciará o plantio de milho. Sabendo que ele possui 16 metros de cerca para realizar tal trabalho e que o terreno deverá ser retangular, quais serão as dimensões possíveis do terreno? Quais as dimensões do terreno em que a área do plantio será a maior possível?

Espera-se que os estudantes identifiquem as quatro configurações possíveis (1m x 7m; 2m x 6m; 3m x 5m; 4m x 4m) e concluam que as dimensões 4m x 4m maximizarão a área.

É importante que, ao final, o professor faça uma sistematização dos conceitos trabalhados retomando as situações vivenciadas.

Considerações Finais

Toda a atividade de ensino foi elaborada buscando propiciar um ambiente que fizesse com que o estudante se apropriasse do conceito de medida de área. É importante salientar que o professor pode potencializar as ações de ensino aqui presentes, aprofundando-as e adaptando-as conforme os estudantes e ano escolar a que se leciona.

Abaixo se encontra um quadro que apresenta as sugestões de aplicação das ações da atividade de ensino em cada ano escolar. O professor identificará até que parte poderá desenvolver com seus alunos.

SUGESTÕES DE APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE ENSINO	Anos escolares
---	----------------

		1°	2°	3°	4°	5°
Tangram	Ação I: Comparação por sobreposição a partir do uso do Tangram	x	x	x	x	X
	Ação II: Diferenciar perímetro e área utilizando o Tangram	x	x	x	x	X
Situação Desencadeadora de Aprendizagem “Elaborando uma Horta”	Ação I: Espaço de conversa sobre Medidas			x	x	X
	Ação II: Espaço de conversa sobre Hortas e plantações			x	x	X
	Ação III: Apresentar a Situação Problema			x	x	X
	Ação IV: Divisão do terreno a partir da medida de área			x	x	X
	Ação V: Plantio			x	x	X
Calcular áreas de terrenos regulares	Ação I: Calcular a área de terrenos regulares			x	x	X
	Ação II: Calcular a área de uma quadra de vôlei e de suas partes					X
	Ação II: Geoplano no cálculo de áreas e perímetros			x	x	X

Jogos e Brincadeiras Complementares

- a) Cidade Medieval – (Loja de Jogos Origem)
- b) Batalha Naval Ampliada: O jogo pode ser reconstruído onde cada grupo “cria” uma paisagem e faz a divisão da superfície. Podem ser “construídos” novos elementos: Ilhas, castelos, fortalezas, áreas de lazer, hospitais, cidades.
- c) Peças do Pentaminós.,
- d) Coelho sai da toca: espaço da brincadeira é amplo e que comporte um círculo. Os participantes são divididas em grupos de três crianças, e em círculo forme as tocas. Duas crianças dão se as mãos formando a toca e a outra criança ficará dentro da toca, pois ela será o coelho. No centro do círculo ficarão as crianças, “os coelhos” que estão à procura de tocas. Quando alguém falar “**coelho sai da toca**”, todos coelhos deverão trocar de tocas e os coelhos que estão no centro procurarão uma toca. Aquela criança que não conseguir entrar em alguma toca fica no centro, esperando nova oportunidade para entrar em alguma toca. Observação: Poderão também usar como “toca” bambolês, fita crepe, etc...

- e) Amarelinha: Utiliza giz para desenhar a amarelinha ou fita adesiva. Depois de desenhada o diagrama básico no chão, as crianças determinam uma ordem entre elas. A primeira criança vai para área oval chamada céu e lá atira uma pedrinha no número 1. Sem colocar o pé nessa casa, ela atravessa o diagrama ora pulando com os dois pés, quando tiver uma casa ao lado da outra, e ora com um pé só. Quando chegar à outra figura oval na extremidade oposta, onde está escrito “inferno”, faz o percurso oposto e volta para apanhar a pedra, sem pisar na casa em que ela se encontra, repetindo o mesmo procedimento até percorrer todas as casas. A criança não pode pisar ou jogar a pedra na risca nem atirá-la fora do diagrama, se isso acontecer, perde a vez. Vence quem completar o percurso. Observação: Poderá ser feito com a amarelinha do Caracol.

Jogos Online

- a) Pentaminó (<http://www.jogosjogos.com/jogar-jogo/pentamino.html>)

Sobre o jogo e seus aspectos didáticos:

http://www.escolovar.org/mat_pentamino_inicio.htm

<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%2010/pentaminos.pdf>

Dica: Nesse jogo, é interessante que os estudantes apliquem o que conheceram sobre área, montando os diferentes tabuleiros retangulares que podem ser preenchidos com as peças do jogo.

- b) Geoplano (http://escolovar.org/mat_geometri_geoplano.mathplay.swf)

Sobre o jogo e seus aspectos didáticos:

http://www.escolovar.org/mat_geoplano_projecto3.htm

http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10243/1/ulfpie044879_tm.pdf

- c) Multiplicação e área

(http://www.escolovar.org/mat_multiplica_dupla.entrada_area.mostra.swf)

Sobre o jogo: mostra o cálculo da multiplicação com linhas e colunas.

- d) Completar áreas com cm^2 (http://www.escolovar.org/mat_area.cm2.swf)

Sobre o jogo: o jogador precisa saber quantos cm^2 irá utilizar para preencher a área da figura.

Situações Emergentes

- a) Medidas da Quadra: Áreas diferentes dentro da mesma superfície (vôlei, futebol, basquete, etc.).
 - b) Medidas dos diferentes espaços escolares utilizados (salas de aula , pátio entre outros)
 - c) Medidas de outras figuras geométricas (triângulos, trapézios, etc.)
 - d) Cobrir superfícies sem desperdício de material (Por exemplo: Forrar a carteira)
 - e) Discussão do porquê cada modalidade esportiva divide diferentemente a mesma superfície e o porquê de cada formato (retângulos, trapézios, circunferências).
- Essa discussão pode ser feita conjuntamente ao professor de Educação Física.

Anexos

I. História do Tangram

O Tangram é um jogo muito antigo, acredita-se que é anterior ao século XVII. Não se sabe a origem ao certo, por isso existem muitas histórias a seu respeito. Uma delas é a que vamos relatar a seguir:

O Imperador chama um dos seus súditos mais inteligentes e lhe dá uma tarefa: Ele deve percorrer o reino da China, observando pessoas, animais e paisagens e ao voltar deve lhe relatar tudo que viu. O Imperador lhe dá uma prancha quadrada feita de madeira para que ele faça uso de alguma forma durante esta viagem. No caminho ele começa a pensar de que forma esta tabua poderia ser útil na sua empreitada. Pensando na situação se distrai e tropeça, a tábua cai das suas mãos e quando cai quebra-se em sete pedaços: 5 triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Ao tentar juntar os pedaços para forma original ele percebe que a cada tentativa surgem figuras diferentes. Neste momento percebe como poderá fazer uso da ferramenta em suas mãos na tarefa solicitada pelo Imperador. Ao voltar da viagem vai ao Imperador e conta o que

viu formando as figuras com as 7 peças do Tangram que são batizadas então de “As Tábuas da Sabedoria”.²³

Conta a lenda que um jovem chinês despedia-se de seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo.

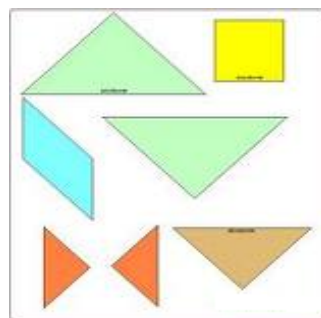
Nessa ocasião, o mestre entregou a ele um espelho de forma quadrada e disse:

- Com esse espelho, você registrará tudo o que vir durante a viagem para me mostrar na volta.

O discípulo, surpreso, indagou:

- Mas mestre! Como, usando um simples espelho mostrarei tudo o que encontrar durante a viagem?

No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu de suas mãos e quebrou-se em sete peças, como mostra a figura:



Colocar peças do tangram desmontado

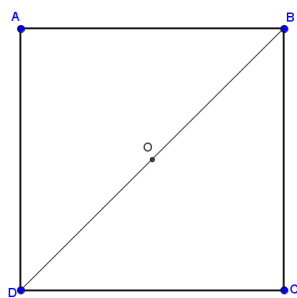
Então o mestre disse:- Agora você poderá com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viu durante a viagem.

II. CONSTRUÇÃO DO TANGRAM

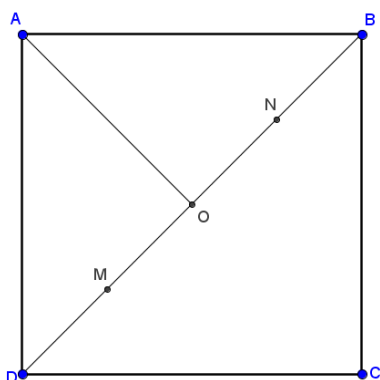
Fazer as figuras da construção do Tangram passo-a-passo:

- A partir de um quadrado ABCD, traça-se a sua diagonal DB;
- Marca-se o seu ponto médio O, da diagonal DB;

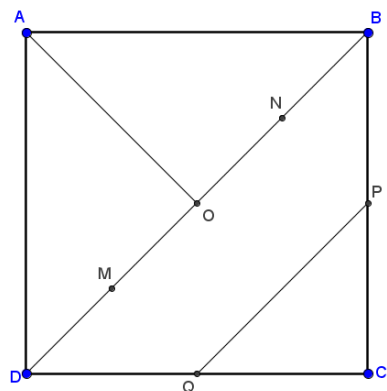
²³ A versão do Sábio diz que o quadrado inicial era um espelho, no restante a história se mantém.
http://www.linollica.com.br/a_lenda_do_tangram.htm/



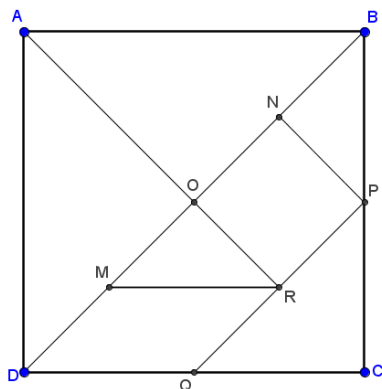
- Traça-se uma perpendicular a DB em O passando por A;



- Marcam-se os pontos médios, M de DO e N de OB;
- Marcam-se os pontos médios, Q de DC e P de CB.
- Traça-se o segmento PQ



- Marca-se o seu ponto médio R de PQ.
- Traçam-se os segmentos RM, OR e NP.



III – EDUCAÇÃO INFANTIL: CONTRIBUIÇÃO AO FASCÍCULO DE ÁREA

Quando pensamos nos conteúdos de matemática, como área e perímetro, nos vem a mente cálculos, fórmulas, demonstrações equações e nos reportamos ao conteúdo do ensino fundamental II. Não paramos pra pensar que o conceito de um determinado conteúdo para ser compreendido não basta abordá-lo somente em uma determinada série, porque assim o currículo ou programa indica.

Considerando o desenvolvimento do conceito de área, procuramos pensar as várias possibilidades de abordagem em seus níveis de dificuldade e complexidade iniciando esse processo de trabalho desde o início de escolaridade. Acreditamos que as primeiras experiências na vida escolar da criança exercem uma grande influência em todo seu processo e interfere em futuras aprendizagens. Isso não quer dizer, que estamos preparando a criança de início de escolaridade para o ensino fundamental, mas estamos possibilitando conhecimentos que são necessários para continuidade de sua formação.

Cabe ao professor nessa importante etapa de escolaridade favorecer condições para que as crianças realizem experiências e descobertas através de suas observações imaginação e criatividade. Nesse processo o papel do professor é orientar e mediar essas observações e descobertas encorajando as crianças a fazer perguntas, trocar experiências, ideias e justificando suas descobertas através de diferentes linguagens de expressão como a fala, escrita, desenho, o próprio corpo, ajudando as crianças a melhorar suas linguagens, análises e suas justificativas verbais.

IV – NOÇÕES BÁSICAS DAS RELAÇÕES ESPACIAIS NO INICIO DE ESCOLARIDADE

O homem primitivo iniciou a geometrização do espaço por conta de suas necessidades como a moradia, navegação, localização, orientação, etc.

As crianças iniciam o processo de domínio das relações espaciais por meio de noções básicas de vizinhança, contorno, ordem, separação, continuidade, noções estas que é chamada de topologia. Diferenciando figuras fechadas de figuras abertas ou espaço interior de espaço exterior, identificam fronteiras (contornos), dentro/fora. Nesta fase topológica a criança não se detém a detalhes, elas interpretam, por exemplo, um polígono e um círculo como sendo de uma mesma figura, (exemplo, uma roda). Outro exemplo, para criança um poliedro, um elipsoide e uma esfera são interpretados como bola.

A criança da educação infantil se encontra em uma fase em que o domínio espacial se dá através do seu próprio corpo e das ações sobre os objetos e o significado que atribui a sua ação nesse processo. Portanto, as ações mentais que a criança realiza quando compara, diferencia, separa, monta, compõem, decompõem, entre outras, contribuem para o processo de aprendizagem

Visando o trabalho desenvolvido sobre área e como dar início a esse trabalho no início de escolaridade o professor poderá propor atividade que se refere a percepção espacial referente a noções básicas de vizinhança, contorno, ordem, separação, continuidade, interior, exterior, através de brincadeiras.

As brincadeiras constituem um recurso natural e essencial no desenvolvimento da criança, é uma atividade humana na qual as crianças são introduzidas para assimilar e recriar a experiência histórico-lógico, o seu processo de desenvolvimento se dá pela experiência social e nas interações que estabelece desde de cedo com o mundo.

Para Machado (2003) quando a criança brinca ela pensa, reflete e organiza-se internamente para aprender aquilo que ela quer, necessita ou que está no momento de aprender.

Portanto, pensando na organização do ensino que contemple as crianças desde o início da escolaridade propomos algumas brincadeiras e jogo a serem desenvolvidos com as crianças envolvendo e noções básicas de vizinhança, contorno, continuidade, interior e exterior. As brincadeiras apresentadas foram adaptadas do livro: São Paulo é uma escola – Manual de brincadeiras Educação Infantil, 2006- SME.

V - TANGRAM NA EDUCAÇÃO INFANTIL

O Tangram permite inúmeras explorações e possibilita o desenvolvimento de conteúdos específicos do currículo da matemática.

Entendendo que ao se trabalhar o conceito de área com o Tangram subentende-se que as primeiras noções já foram desenvolvidas como reconhecimento, identificação, propriedades das figuras que compõem o tangram e entendendo que esse trabalho se inicia desde do início da escolaridade foi proposto, atividades iniciais com o tangram com uma turma de educação infantil (EMEI União de Vila Nova I- zona leste- SP) com crianças de 5 anos, em que seu objetivo é a familiarização com as peças do Tangram, essas atividades foram organizadas do seguinte modo:

Em primeiro momento, foram dadas peças do tangram soltas, para que as crianças ao brincar fossem conhecendo as peças do quebra-cabeça, assim descobriam diferentes possibilidades de combinar e agrupar as peças. É muito importante que as peças sejam entregues soltas e não montadas (como na embalagem) em forma de um grande quadrado, pois as crianças tentam montá-lo tal como recebem.

Nesse momento, em que as crianças estavam manuseando as peças, observei que enquanto brincavam as crianças nomeavam as figuras conhecidas. Em um grupo de crianças, uma delas disse que tinha aparecido uma figura estranha que ele não sabia o nome (se tratava do paralelogramo) e outra criança do grupo disse que se tratava de um retângulo, só que era inclinado dos lados. Uma criança do grupo pergunta a professora o nome daquela figura e a professora abre uma discussão com as crianças a respeito da diferença do retângulo e o paralelogramo e nomeia o nome dessa figura, as crianças passam a usar o nome da figura corretamente.

Entre o reconhecimento e a identificação das figuras básicas que compõem o tangram, as crianças se deparam com triângulos diferentes daqueles que estão acostumados com os blocos lógicos incluindo o paralelogramo que amplia o conjunto dos quadriláteros conhecidos pelas crianças.

Em outra aula foi proposto que as crianças agrupassem as peças de acordo com alguns critérios explorando diferentes possibilidades de classificação permitindo o reconhecimento de algumas propriedades das figuras. Foi proposto algumas perguntas como:

Existem peças com a mesma forma;

Vamos separar as peças em grupos, como podemos fazer isso?

Quais as figuras que tem quatro lados e as que tem 3 lados?

Vamos encontrar figuras que tem a mesma forma, porém tem tamanhos diferentes? Quem são estas figuras?

Conforme classificavam as figuras, as crianças justificavam o critério escolhido.

Nas discussões sobre essa atividade foi explorado o reconhecimento de algumas propriedades das figuras, como figuras que tem o os 4 lados, figuras que tem 3 lados, apesar dos diferentes tamanhos dos triângulos, todos tem a mesma forma.

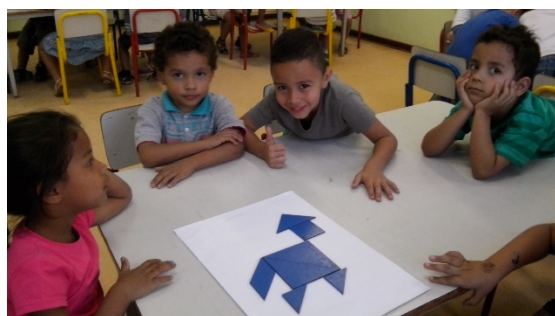
A próxima atividade tinha por objetivo reconhecer as sete peças que compõem o Tangram. Nesse momento a professora disse para os alunos que se tratava de um quebra-cabeça chinês chamado Tangram, contando a história deste jogo que é formado por sete peças a partir de um quadrado. Foi discutido as regras que consiste em usar as sete peças em qualquer montagem, colocando-as lado a lado sem sobrepo-las e sempre se tocando.

Percebi que algumas crianças usavam a regras nas construções que faziam, outras ignoravam as regras e faziam conforme imaginavam.





As crianças tiveram várias oportunidades de construções livres, em que observei que montaram figuras de animais, pessoas, objetos ou que imaginavam. Em outra aula escolheram uma ou mais peças para contornar as partes das figuras sobre uma folha de papel e pintá-las, e os mesmos eram incentivados a descrever oralmente a posição e o que representa cada peça na figura feita, favorecendo a identificação das formas.



Depois dos alunos se familiarizarem com as peças do tangram, através de construções livres, as crianças realizaram atividades de composição e decomposição de figuras. Foi fornecido as crianças modelos de figuras com os contornos das peças do Tangram, em seu tamanho real, para que os alunos sobreponha as peças do quebra-cabeça.

É importante que as primeiras montagens sejam do mesmo tamanho das peças para que possa haver uma melhor identificação das regras e da organização das peças e tenha o apoio da sobreposição da mesma. Também que a criança perceba que

independente do tamanho das peças representadas nos modelos, as formas não se alteram. Da mesma forma podemos dar atividades de silhuetas em tamanho reduzido ou ampliado para as crianças ir percebendo que as reproduções mantêm certa semelhança com o modelo dado.

Para trabalhar a composição de figuras, foi proposto às crianças construir outras figuras geométricas, combinando algumas peças do quebra-cabeça, em primeiro momento faziam sozinhos. Usando 2 triângulos pequenos recobrir o quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio usando duas peças do tangram formar um quadrado, assim desenhavam a solução encontrada.

BIBLIOGRAFIA

A Matemática das Setes Peças do Tangram- Eliane Reame de Soza, Maria Ignez S. Vieira Diniz, Rosa Monteiro Paulo, Fusako Hori Ochi- CAEM- IME- USP - São Paulo, 4º Edição- 2006

São Paulo é uma escola- Manual de Brincadeiras- Educação Infantil- Secretaria Municipal de Educação SME, São Paulo, 2006

A criança e o brincar - Luiza Maria Rodrigues- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro- UFRRJ – Decanato de Pesquisa e Pós graduação- DPPG, Mesquita, 2009.

Educação Infantil e Percepção Matemática – Sérgio Lorenzato – 2º ed. rev. e ampliada- Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2008- (Coleção Formação de Professores)

Figuras e Formas vol. 3- Matemática de 0 a 6 - Kátia stocco Smole; Maria Ignez Diniz, Patrícia Cândido, Editora Artmed , Porto Alegre, 2000

Medida de Capacidade e Volume

Introdução

Este texto contempla uma síntese do processo de estudo, elaboração e realização da atividade de ensino sobre os conceitos Capacidade e Volume, realizado por um grupo constituído por professores de duas escolas da rede municipal de São Paulo e um pesquisador. De acordo com princípios da Atividade Orientadora de Ensino, as ações de estudos e elaboração ocorreram concomitantemente à realização das ações em sala de aula. A ação elaborada era desenvolvida e, os resultados observados pelos professores, eram apresentados aos grupos da escola e da universidade para análise e reformulações. Esse movimento coletivo de organização do ensino, repetido semanalmente, constituiu-se como um modo geral de ação que criou possibilidades de garantir um ensino de matemática de melhor qualidade e de potencializar a aprendizagem docente mediada pela articulação entre o pensar e o fazer docente, entre o estudar, planejar e o praticar em sala de aula.

Com a apresentação desse movimento coletivo, esperamos poder contribuir com o ensino de matemática, especialmente no trabalho com os conceitos de Capacidade e Volume, no sentido de mostrar experiências de organização do ensino para discussão nas escolas e de mobilizar para novos movimentos que venham a culminar em novas sínteses, e não no sentido de apresentar um “modelo pronto” para ser proposto em sala de aula.

O conceito de volume e capacidade: o movimento histórico e lógico

Os conceitos de volume e capacidade são atualmente reconhecidos como grandezas. Mas o que entendemos por grandezas? Imagine que você irá comparar dois

objetos quaisquer. Por exemplo, vamos comparar um armário e uma porta. Mas quais podem ser os critérios de comparação? O armário e a porta são da cor marrom, por exemplo, ou, a porta é mais alta que o armário, ou ainda o armário é mais largo do que a porta. A cor, a altura, a largura são as grandezas, ou seja, a qualidade atribuída a um objeto, reconhecida na relação que este objeto tem com outros objetos ou fenômenos. A capacidade e o volume de um objeto também são grandezas e dessa forma, é possível diferenciar o que seria a ‘capacidade’ de um objeto, de seu ‘volume’. Sendo o volume e a capacidade qualidades de um objeto, a eles pode ser atribuída certa quantidade, e, neste sentido, tanto o volume de um objeto quanto a capacidade podem ser medidos.

A capacidade de um objeto se refere ao que ele pode conter na forma sólida, líquida ou gasosa. Por exemplo: Uma caixa de leite tem a capacidade de 1 litro; um cilindro de oxigênio pode comportar 1m^3 deste gás; um caminhão pode transportar 18 m^3 de areia. Já o volume é uma grandeza relacionada à quantidade de espaço que determinado objeto ocupa em relação a outros objetos. Por exemplo: o volume de uma caixa é de 10 m^3 , (significa que a caixa ocupa o espaço de 10 m^3). Entretanto, muitas vezes os conceitos de volume e capacidade se confundem, justamente porque capacidade se refere ao ‘quanto cabe’ dentro de um objeto, e, neste caso, se faz referência ao seu ‘volume interno’.

Estes conceitos, atualmente formalizados, de capacidade e volume surgem na experiência humana, de diversos grupos, de forma intuitiva, e, aos poucos vão sendo aperfeiçoados, sistematizados e formalizados. As noções de volume podem ser encontradas em registros de civilizações muito antigas. Por exemplo, historiadores matemáticos (EVES, 2004), relatam que existem registros babilônicos (3500 a. C) de cálculos de área e volume de paralelepípedos, e determinação do volume de um cilindro reto.



A evolução do comércio gerou a necessidade de definição de um padrão comum para que os vasilhames de diferentes *capacidades* pudessem ser comparados.

É muito provável que tenham sido os Sumerianos os primeiros que usaram a medida do volume, pelo número de cubos – com lados de comprimento padrão – necessários para encherem um espaço vazio. (HOGBEN, 1946, p.69)

Os papiros de Moscou e de Rhind, documentos egípcios antigos, são constituídos por problemas. Alguns destes problemas estão relacionados ao cálculo de volume de grãos e encontramos processos de cálculo do volume que usamos até hoje. Por exemplo, para calcular o volume de um cilindro, é necessário multiplicar a área da base (que é um círculo) pela altura do cilindro. E isso já era calculado no antigo Egito.

O livro ‘Os Elementos’, de Euclides (300 a.C), que é composto por treze livros de sistematização da geometria, concentra em um deles, no livro XII, a relação do volume de um prisma e uma pirâmide e, a relação entre o volume do cone e do cilindro. Muitos dos conhecimentos encontrados nos escritos de Euclides são usados no ensino até os dias atuais.

Entretanto, deve-se considerar que os métodos para determinar o volume ou a capacidade de um determinado objeto, evoluem na experiência humana e são associados a outros conceitos, como massa, densidade etc.

Destacam-se nesse processo alguns registros históricos que nos ajudam a compreender alguns desses métodos. Um deles está inserido no Princípio de Arquimedes. Conta-se que quando Arquimedes (287 a.C- 212 a.C) recebeu a tarefa de verificar se a coroa do rei era feita com material de ouro puro, ou era uma mistura de materiais, usou a ideia de mergulhá-la na água, medindo o que ficasse para fora como o seu volume. Ele havia percebido durante o banho que a quantidade de água deslocada da banheira era igual ao volume do seu próprio corpo. Também sabia que o volume era proporcional à massa do objeto²⁴, e usando estes conceitos conseguiu identificar que a coroa era feita de outros materiais e não de ouro puro. Observamos que a necessidade de Arquimedes não era somente a de determinar o volume, entretanto, a relação do volume com a massa do objeto permitiu a ele que identificasse o material usado.

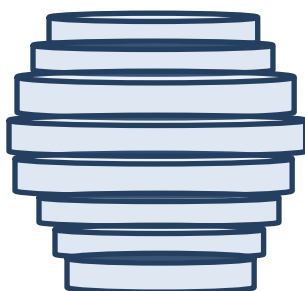
Quase 1700 anos depois, em épocas em que o comércio era realizado à base de troca de produtos, por exemplo, trigo e vinho, os costumes sociais exigiam a existência de vasilhames com formas e dimensões definidas, isto é, com medida constante para que se facilitasse o processo de troca, compra ou venda. Mas como era calculado o

²⁴ No caso, se trata do conceito de densidade que é a razão entre massa e volume.

volume e/ou a capacidade destes vasilhames ou barris? Conta-se que Joannes Kepler (1571-1630) após um incidente com um vendedor de barris de vinho em que se sentiu lesado, questionou seus métodos para medir o volume e calcular o preço. A partir disso, seus estudos convergiram para responder a questão:

Qual é o melhor desenho de um barril para maximizar seu volume? O que Kepler buscava era o melhor formato e as medidas mais adequadas do barril em que coubesse o máximo possível de grãos ou de líquido.

Para aperfeiçoar as medidas, Kepler usou o que hoje chamamos de métodos de infinitesimais e pensou no volume completo do barril como a soma de volumes de uma série de cilindros.

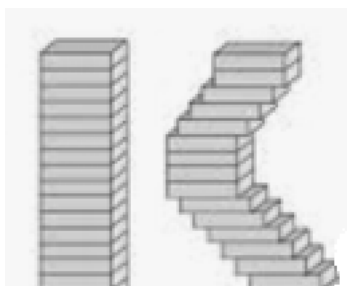


Observe que quanto mais cilindros forem agrupados melhor se torna o formato do barril e se define o seu volume. Este método já havia sido usado 1800 anos antes, por Arquimedes, para determinar áreas e volumes. Desta forma, Kepler realmente alcança as medidas de volumes dos barris, mas, é importante notar que estas medidas não são necessariamente as de capacidade do barril, considerando que se as bordas do barril forem mais grossas, o ‘volume interno’, ou seja, a capacidade do barril diminui.²⁵

Conforme Peres (2010), “Em 1615 Jonnes Kepler (1571 – 1630) rotula o Steometria (stereo-volume/ metria – medida) de o cálculo do volume. A palavra volume vem de ‘volumen’, que é a propriedade de um barril (vinho, azeite etc) de rolar com facilidade”. (p.62).

²⁵ Informações extraídas de <http://www.maa.org/publications/periodicals/convergence/kepler-the-volume-of-a-wine-barrel> em 28 de Setembro de 2013.

Os estudos sobre o conceito de volume se desenvolvem ainda mais associados aos estudos da geometria espacial. Outro destaque para a compreensão deste conceito pode ser dado pelo estudo de Bonaventura Cavalieri (1598-1647). Para compreender o princípio de Cavalieri, pode-se pensar em uma pilha de folhas. Esta pilha de folhas ocupa certo volume. Se inclinarmos a pilha, o volume se mantém.



Estas são apenas algumas noções formais dos conceitos de volume e capacidade. Nas séries iniciais do ensino fundamental não se espera atingir tal nível de formalização, todavia, estes registros históricos são úteis para destacar o que podemos chamar de nexos conceituais relacionados às grandezas ‘capacidade’ e ‘volume’ e que devem ser contempladas na organização do ensino.

Assim, destacamos em relação aos conceitos de capacidade e volume:

- ‘Capacidade’ de um objeto e ‘volume’ de um objeto são grandezas diferentes;
- A ‘capacidade’ de um objeto pode ser considerada como seu ‘volume interno’;
- O ‘volume’ de um objeto pode ser considerado como o espaço que ele ocupa em relação a outro objeto;
- ‘Capacidade’ e ‘volume’ são grandezas, ou seja, qualidades de um objeto às quais podem ser atribuídas quantidades. Desta forma, ‘capacidade’ e ‘volume’ podem ser medidas;
- Existem diferentes métodos para medir o ‘volume’ ou a ‘capacidade’ de um objeto, desde os mais simples aos mais sofisticados, e que envolvem conceitos matemáticos mais elaborados;
- Qualquer objeto pode ser decomposto em partes cujo volume se conhece. A soma dos volumes destas partes revela o volume do objeto. Por exemplo: um

paralelepípedo retângulo pode ser decomposto em cubos; o barril de vinho pode ser decomposto em cilindros;

- Estudar os sólidos geométricos regulares e calcular seu volume ajuda a calcular o volume de outros sólidos geométricos.

Se desde cedo os estudantes tiverem acesso a estas noções de capacidade e volume, tais conceitos poderão ser apropriados, não só de forma técnica e/ou através da medição sem significado.

Capacidade e volume: noções necessárias nos anos iniciais do ensino fundamental

Atualmente, as noções de volume e capacidade estão presentes cotidianamente no litro de leite; nas bombas de gasolina; nas caixas de água; nas diferentes embalagens de produtos; nos espaços internos de armários etc. Em geral, é fácil encontramos uma situação à nossa volta em que nos deparamos com o litro, o m^3 e seus múltiplos e submúltiplos. Tais medidas se tornaram ‘naturalizadas’, pois tiveram a intervenção humana em sua constituição. Mas será que entendemos o conceito de volume e capacidade, de forma teórica, ou só temos uma noção empírica de tais conceitos?

Uma primeira distinção é necessária. Capacidade e volume se referem a fenômenos diferentes. Podemos dizer de forma simples que a **capacidade** se refere ao volume interno de um objeto, ou seja, o quanto cabe dentro de um objeto (e então podemos nos referir a materiais sólidos como grãos, ou líquidos como água, ou mesmo gasosos, como oxigênio e para tanto podemos usar inclusive diferentes unidades de medida de capacidade). Já por **volume** de um objeto, podemos entender de forma simples que se trata do espaço que este objeto ocupa em relação a outro espaço.

Por exemplo, uma caixa de madeira pode ter um volume maior do que a sua capacidade, se considerarmos, por exemplo, que ela é feita com as bordas grossas.



Ou então, podemos pensar em um aquário que ocupa certo espaço no móvel (volume) e possui uma capacidade diferente.

Outro ponto que vale destacar é que, em geral, as noções de volume e capacidade estão associadas a sólidos geométricos, e, portanto, calculamos volume e capacidade de prismas, pirâmides, cones, cilindros etc. Mas podemos pensar também em embalagens que feitas de material plástico também possuem capacidade e volume, por exemplo, os pacotes de salgadinhos, cheios ou vazios, possuem uma mesma capacidade, mas, quando cheios ocupam um volume diferente do ocupado quando estão vazios.



Pacotes de salgadinhos: cheio e vazio.

Para o transporte, é necessário que os saquinhos também contenham ar para evitar que seus conteúdos cheguem esmigalhados às mãos do consumidor. Assim, a capacidade de um pacote de salgadinhos abrange seu conteúdo e a quantidade de ar necessária para protegê-lo.

As noções de volume e de capacidade são fundamentais também para lidarmos com questões de armazenamento dos objetos. Qual é a melhor forma de dispor embalagens de certo produto e que ocupam certo volume na prateleira do supermercado? A forma destas embalagens influencia, e, por isso, os produtores se preocupam com os estudos dessas embalagens. *Embalagens de capacidades diferentes podem ter o mesmo volume, e embalagens com a mesma capacidade podem ter volumes diferentes.* A escolha por uma ou por outra, depende então, de fatores econômicos, de armazenamento, de estética etc.

Vale a pena verificar a capacidade daquela linda embalagem (de grande volume), que contém o seu produto favorito, (seja ele algo líquido ou comestível, um perfume ou qualquer outro objeto). Uma grande embalagem nem sempre contém muito, e a relação entre aparência e essência são fundamentais.

Mas, o que é necessário que os estudantes das séries iniciais aprendam sobre ‘capacidade’ e ‘volume’? Na nossa compreensão e, baseando-nos em documentos oficiais do sistema educacional, podemos propor:

- Reconhecer as noções de ‘capacidade’ e ‘volume’ como grandezas de um objeto;
- Diferenciar a ‘capacidade’ de um objeto de seu ‘volume’;
- Reconhecer métodos de medida de ‘capacidade’ e de ‘volume’: encher diferentes objetos; emergir um objeto na água; contar cubos etc.; ainda que inicialmente estes sejam caracterizados como métodos empíricos, mas ajudam a estabelecer as primeiras relações;
- Comparar objetos por sua ‘capacidade’ ou por seu ‘volume’, estabelecendo relações quantitativas como: menor ($<$), maior ($>$) ou igual ($=$);
- Definir uma unidade comum para medir a ‘capacidade’ de um objeto ou seu ‘volume’;
- Reconhecer o sistema métrico cúbico e os múltiplos e submúltiplos de litro como unidades padronizadas para medir ‘capacidade’ ou ‘volume’ dos objetos.

Atividade de aprendizagem: Vamos brincar de amigo secreto de chocolate?

A Atividade de Ensino, organizada para promover a apropriação dos conceitos de capacidade e volume, tem como situação desencadeadora a troca de chocolates embalados em caixas de presentes em uma festa de amigo secreto. Essa atividade consiste em um conjunto de ações e operações que tem por objetivo levar estudantes dos anos iniciais a desenvolver noções relacionadas aos conceitos de grandeza, capacidade e volume.

A pergunta orientadora - Como escolher e confeccionar uma embalagem que possa conter de forma organizada as caixas de presentes preparadas pelos estudantes, ocupando o menor espaço na sala? - pretende motivar os estudantes a realizar as ações e direcionar sua atenção para o alcance do objetivo.

Para participar da “brincadeira” cada criança deve construir e decorar uma embalagem para um bombom de chocolate. As caixas/embalagens, depois de conterem o bombom, serão armazenadas até o dia do sorteio em uma caixa maior, confeccionada pelo professor conjuntamente com as crianças.

O conjunto de ações que compõe a Atividade de Aprendizagem reúne o conjunto de operações, cuja essência é a exploração das noções conceituais sobre capacidade e volume.

Que tal brincar de amigo secreto de chocolate? Faremos assim: construiremos uma caixa para embalar um bombom de chocolate e depois guardaremos essas embalagens dentro de uma caixa maior até o dia da brincadeira. Essa caixa maior, que também vamos construir, deverá ter o tamanho ideal para não ocupar muito espaço em nossa sala, além de armazenar organizadamente as caixinhas menores.

Atenção para entender como será nossa brincadeira: no dia do amigo secreto, pegaremos nossa caixa armazenadora e cada criança tomará em suas mãos a sua caixinha/presente. Faremos um grande círculo para o sorteio do amigo secreto: cada criança pega um papelzinho com o nome do seu amigo ou sua amiga e lhe entrega o presente. Para ficar mais legal, você pode descrever seu amigo ou sua amiga para que o grupo adivinhe quem é. Depois, é só saborear o chocolate e guardar a caixa de lembrança.

Entretanto, o nosso objetivo não é apenas brincar e comer um delicioso chocolate, mas aprender sobre coisas novas em matemática e em outras matérias também. Antes de construir as embalagens para os bombons, faremos algumas atividades com caixas. Então, para a próxima aula deveremos trazer caixas ou embalagens de qualquer produto, como sabonete, perfume, remédio, fósforo ou qualquer outra que não seja muito grande.

Organização do ensino: ações e operações que compõem a Atividade de Aprendizagem “Vamos brincar de amigo secreto de chocolate”

A Atividade de Aprendizagem “Vamos brincar de amigo secreto de chocolate” compreende 03 etapas, cada uma constituída por ações e respectivas operações direcionadas para a formação gradativa das noções conceituais sobre capacidade e volume e para a realização de objetivos previstos para cada ação. O desenvolvimento de cada etapa deve ser adequado às condições de aprofundamento conceitual dos estudantes, correspondentes ao que se espera que se aprenda em cada ano/série do ciclo de ensino para o qual se destina a AOE elaborada. Não se espera linearidade na

execução destas etapas, que devem ser conduzidas de acordo com as necessidades dos estudantes, podendo ser acrescentadas por outras ações e operações, ou suprimidas. Entretanto, espera-se que nenhuma ação seja desenvolvida isoladamente, mas sempre inserida no conjunto da atividade para que não se perca o foco sobre o motivo/objetivo da atividade.

Na etapa I, destacam-se as ações de sensibilização e percepção dos estudantes em relação aos formatos e dimensões de diferentes embalagens. Nessa etapa, conforme se estabeleça a interação entre o professor e a turma, vários conceitos podem ser destacados, uma vez que as embalagens podem ser analisadas, por sua capacidade, seu volume, sua área. Criam-se possibilidades de aprendizagem da nomenclatura referentes aos elementos que compõe um sólido geométrico, arestas, faces e vértices.

A etapa II, é a de construção da caixa que vai servir como embalagem para armazenar cada bombom dos estudantes. Para esta etapa é necessário ter a planificação de uma caixa. Usamos o cubo por se constituir como um sólido geométrico de fácil manipulação, mas poderia ser qualquer outro sólido geométrico.

A etapa III é de construção da ‘caixa armazenadora’ que vai conter as caixinhas feitas por todos os estudantes da turma. Nesta etapa, as noções de volume e capacidade ficam mais claras, pois será discutido o volume da caixinha que contém o bombom, ou seja, o espaço que cada caixinha ocupará na ‘caixa armazenadora’.

Veja uma sugestão para distribuição das ações dentro de cada uma destas etapas. Repetimos que o encaminhamento destas ações e operações depende da interação do professor com os estudantes e pode ser alterada a qualquer momento, desde que se preserve o objetivo final de que os estudantes se apropriem das noções de capacidade e volume.

ETAPA I: Reconhecer e comparar diferentes embalagens.
--

Qual é a melhor embalagem para o bombom? A grande, a pequena, a que cabe mais, a mais bonita?

Ação I: Sensibilização por meio da leitura do livro ‘O homem que amava caixas’

O ‘Homem que Amava Caixas’ conta a história de um homem que amava construir brinquedos com caixas para presentear seu filho. Entretanto havia um problema, pois esse homem não sabia dizer ao filho que o amava. Com ilustrações alegres e conteúdo bastante sensível desperta a criatividade e possibilita discussões sobre sentimentos e relacionamento entre pais e filhos.

Endereço da imagem: <http://www.fundacaobunge.org.br/semear-leitores/wp-content/uploads/2012/10/o-homem-que-amava-caixas2-292x300.jpg>



Ação II: Construção de critérios para analisar uma embalagem.

Nesta ação espera-se aproximar os estudantes dos conceitos de capacidade e volume a partir da observação e comparação de caixas/embalagens para fins de agrupamento por meio de critérios criados por eles próprios. Esses critérios podem estar relacionados ao formato das embalagens, suas dimensões, conteúdo, entre outros. Convém ampliar as discussões o máximo possível para que se perceba que o mesmo

objeto (no caso, a caixa/embalagem) pode ser analisado segundo diferentes critérios, que são estabelecidos pelas próprias pessoas.

Operação 1. Observar e comparar diferentes embalagens. Os estudantes em grupos comparam embalagens que trouxeram ou que lhes foram entregues pelo professor. Solicitar às crianças que classifiquem e agrupem as caixas conforme critérios levantados por elas mesmas.



Nesta operação, a partir da necessidade de observar e comparar as caixas, os estudantes reconhecem as grandezas (cor, forma, dimensões) do objeto identificando-as como ‘qualidades’. Espera-se que os conceitos de capacidade e volume, surjam nesse processo, ainda que não nomeados dessa forma pelas crianças.

Operação 2. Apresentação dos agrupamentos pelos participantes. Ao final da classificação e do agrupamento, cada grupo apresenta seus critérios de classificação para a classe. Caso se considere necessário, os participantes do grupo, ou um dos participantes, registram em uma folha de papel seus agrupamentos. Esse registro pode, também, ser feito na lousa pelo professor.



Exemplos de agrupamentos organizados por crianças: grupos dos chás; grupo dos cubos.

Operação 3. Apresentar imagens de prateleiras de mercado para discutir fatores que determinam o formato das embalagens. É possível problematizar como abordar a capacidade e o volume das embalagens a partir dessas observações.



Ao se observar as imagens ao lado, podemos perguntar: por que a prateleira está organizada de tal modo? Qual a relação entre o formato da embalagem e o produto nela armazenado? Quantas embalagens cabem em cada prateleira? Qual o volume que embalagem ocupa na prateleira?

Ação III: Analisar diferentes embalagens pela capacidade

Nesta ação, é importante retomar com os estudantes a necessidade de conhecer um pouco mais sobre embalagens para que eles possam confeccionar a caixa para embalar o bombom. A caixa a ser confeccionada caberá o bombom sem sobrar espaço no seu interior, isto é, terá a capacidade de um bombom; dito de outro modo: o bombom ocupará todo o espaço interno da caixa, isto é, o volume do bombom coincide com a capacidade da caixa. Portanto, a discussão sobre qual caixa cabe mais ou qual cabe menos coloca os conceitos de capacidade e volume em movimento.

Operação 1. Qual das embalagens tem maior capacidade? Para executar esta operação, sugere-se que seja entregue para cada grupo 04 embalagens de diferentes capacidades para que os alunos as enfileirem em ordem crescente de capacidade, de acordo com suas hipóteses visuais e percepção. Qual a que cabe mais? Qual a que cabe menos? Caso algum aluno faça alguma observação sobre a medida de massa descrita na embalagem, sugerimos que ela seja anotada para ser retomada em momento oportuno, pois esse valor corresponde ao produto e não à capacidade da embalagem. Sugere-se que dentre as embalagens, existam também aquelas que têm aparência de que ‘cabem mais’, entretanto, na comparação, recorrendo a medidas mais precisas quantitativamente, se reconhece que a caixa com maior capacidade nem sempre é a que aparenta ter maior capacidade



Exemplo de hipótese: sequência de embalagens por ordem crescente de capacidade.

Sugere-se que o professor ao discutir as hipóteses de cada grupo, problematize sobre os porquês dos posicionamentos das caixas. Entre as respostas, possivelmente, aparecerão atributos relativos à aparência do conceito de capacidade (mais alta, mais gorda, mais larga), os quais podem ser mediados e redirecionados para o objeto da atividade - noções da essência do conceito.

Operação 2. Vamos verificar as hipóteses de cada grupo? Os grupos de alunos vão para o centro ou frente da sala, e, junto com a professora, verificam a sequência de capacidades, utilizando arroz. Os alunos vão encher a embalagem considerada por eles como a de menor capacidade e a partir dela vão encher a próxima para que visualizem a necessidade de acrescentar arroz ou não. A intenção é saber em qual embalagem cabe mais ou menos para ordená-las em ordem crescente. A medida é a própria caixa, anterior à que foi cheia. A quantidade que falta para completar a outra caixa não precisa ser quantificada, pois nesse momento está sendo abordada apenas a capacidade da embalagem (quanto cabe dentro). Os alunos devem ser orientados a mudar as posições das caixas, caso suas hipóteses sejam alteradas.

Operação 3. Uma conversa para concluir a aula. O que entendemos por capacidade? O que fizemos hoje para que aprendêssemos o que é capacidade de uma embalagem?

Essa retomada no final da aula pode ser muito importante como rememoração das ações realizadas para que se verifique o processo de aprendizagem dos estudantes sobre o conceito em apropriação, bem como reafirmar os objetivos da atividade e prepará-los para a etapa seguinte.

ETAPA II: Construção da embalagem para armazenar o bombom.

Após analisar critérios para classificar as embalagens e destacar a grandeza capacidade, os estudantes criaram condições para escolher o formato da caixa que armazenará seu bombom. Como o propósito é que eles construam sua própria caixa, é necessário algumas noções de planificação de sólidos geométricos. As ações a seguir conduzem para esse movimento, o qual facilitará a confecção da caixa.

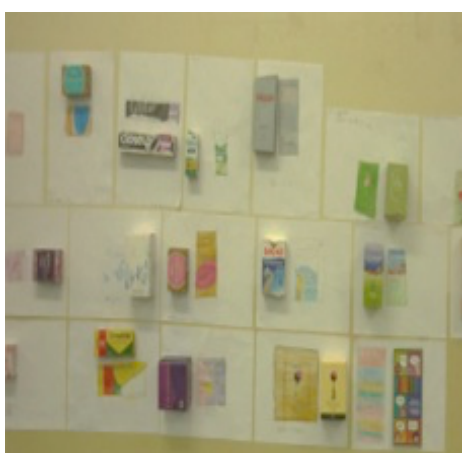
Ação I: Desenhando e planificando um sólido geométrico.

Operação 1. Pedir aos estudantes que observem bem a embalagem que lhes foi entregue e que a desenhe em uma folha sulfite. Vale lembrar que crianças podem não saber desenhar em três dimensões, portanto, o desenho linear das faces deve ser considerado.

Nesta operação, faz-se o desenho linear inicialmente e, em seguida, a caixa é aberta para que se contornem suas faces e arestas, o que resulta no desenho



Operação 2. Monte um painel com os desenhos dos estudantes. Esse painel pode ser usado pelo professor para avaliar o nível das crianças em relação às suas noções sobre o desenho linear e tridimensional. Converse com os estudantes a respeito dos desenhos e das dificuldades de registrar de forma planificada cada uma das embalagens. Identifique os sólidos geométricos e suas partes. Mostre também a ‘planificação’ de uma caixa, desmontando-a.



Painéis afixados na parede da sala de aula: Possibilita comparar a caixa (tridimensional), com seus respectivos desenhos linear e planificado. Possibilita também a aproximação com os conceitos de figura plana e sólido geométrico.

Ação 2. Medir a área de uma superfície planificada

Operação 1: Medir a área das figuras planificadas em uma malha quadriculada. Para isso, peça aos estudantes que desenhem a planificação das embalagens em uma folha quadriculada de 1cm x 1cm.



A malha quadriculada facilita o desenho, a planificação e medição da área ocupada pela caixa. O objetivo imediato é aproximar os estudantes do conceito de área a fim de prepará-los para a definição das dimensões da caixa a ser construída para embalar o bombom. Após desenhar uma das faces da caixa na malha, a sua área é delimitada com a contagem de quantos quadradinhos ela ocupou. O modo de contagem (um a um; por agrupamentos; princípio multiplicativo) pode variar de acordo ao grau de desenvolvimento cognitivo do grupo/classe.

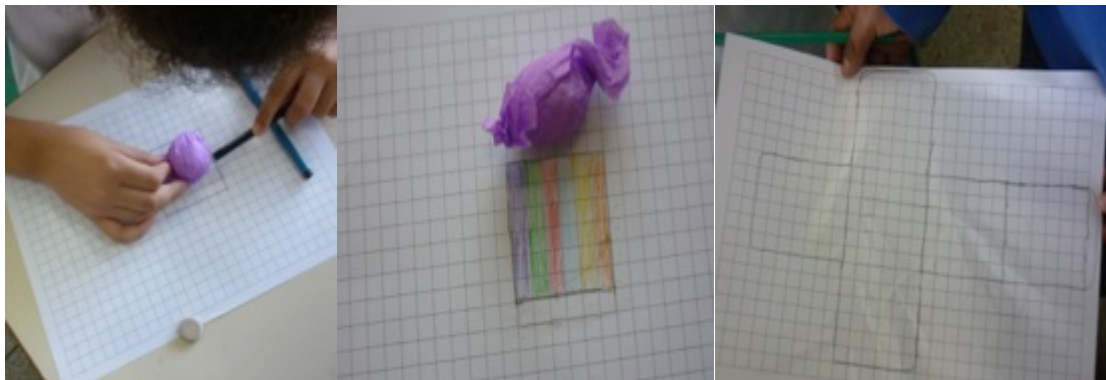
Operação 2: Medir a área das figuras planificadas em folha sulfite e usando régua.

Ação 3: Analisar e definir o formato mais adequado de embalagem para confeccionar a caixa

Sugere-se que essa embalagem tenha o formato de um cubo, não apenas porque se trata de um sólido geométrico conhecido pelas crianças, mas porque as faces e arestas são regulares. Outro aspecto favorável à escolha dessa forma de sólido é que na etapa posterior, ao se estabelecer relações para identificar o conceito de capacidade, possibilitará centrar a atenção na quantidade de cubos e não em suas dimensões. Nesse caso, as dimensões deixam de ser uma variável em discussão, já que todas são iguais.

Operação 1: Identificar as dimensões necessárias para construir a caixa, que armazenará o bombom.

Operação 2: Esboçar um modelo planificado, em cartolina, da embalagem escolhida.



Operação 1: delimitação da face do cubo: o meu bombom ocupa quantos quadradinhos?

Operação 2: projeção do cubo a partir da face delimitada.

O bombom confeccionado com papel crepom tem o mesmo volume do bombom de chocolate a ser embalado na caixa/presente a ser planificada. Portanto, a capacidade da caixa é de um bombom de chocolate. Nessa abrangência, os conceitos de capacidade e volume são retomados no processo de realização destas operações.

Operação 3: Reproduzir o modelo em cartolina e com as dimensões necessárias para a confecção da caixa, (decorar ainda planejado).



Decoração da caixa planejada na cartolina. Após a decoração, a caixa é recortada, colada e pronta para armazenar o bombom. É importante ressaltar que a caixa será um presente para um amigo, o que exige muito capricho em sua decoração. Quanto mais bonita ela ficar, mas feliz ficará o amigo ao recebê-la.

Etapa III: Construção da caixa armazenadora

Ação 1: Discutir e definir qual é o melhor formato para uma caixa que armazene todos os presentes embalados

Esta ação possibilita o retorno à questão que orienta a atividade: como escolher e confeccionar uma embalagem que possa conter de forma organizada as caixas de presentes preparadas pelos estudantes, ocupando o menor espaço na sala? A resolução deste problema satisfaz a necessidade de guardar as caixas/presentes com os bombons

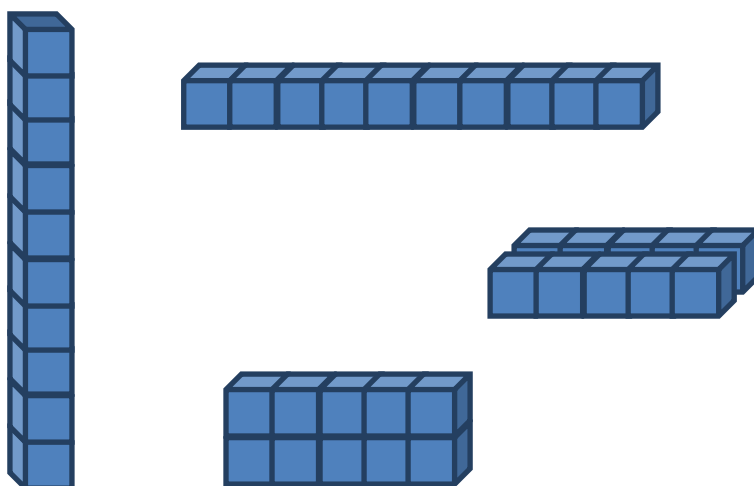
até o dia do amigo secreto. Caixas tão bonitas, construídas e decoradas como tanto cuidado precisam ser bem guardadas.

Primeiro, planeja-se o formato da caixa armazenadora. Algumas perguntas mobilizam as ações de planejar: quantas caixas serão guardadas? Qual o volume que as caixas/presentes ocuparão dentro da caixa armazenadora? Qual deve ser a capacidade dessa caixa armazenadora? É importante também que se atente para as possibilidades de formatações a partir da quantidade de caixas/presentes que vão ser armazenadas. Por exemplo, 29 estudantes correspondem a 29 caixas, e como 29 é um número primo, só existe uma possibilidade de formatação (1x29). Nesse caso, será preciso que as quantidades sejam complementadas até alcançar um número com mais divisores. Observe também que esta caixa armazenadora será necessariamente um paralelepípedo retângulo para conter os cubos que são as caixas dos estudantes. Por isso, foi necessário padronizar as caixinhas, caso contrário, esta tarefa e a discussão sobre ela poderia acontecer, mas de uma forma mais elaborada.

Ação 2: Criar paralelepípedos retângulos com as caixas dos estudantes.

Nessa ação conduzida pelo professor deve-se pegar certa quantidade de caixas prontas dos estudantes e pedir que eles mostrem como pode ser a caixa armazenadora para suportar estas caixinhas. É importante destacar que dessa forma estamos trabalhando com o ‘volume’ (o espaço que ocupa) de cada caixinha, e a ‘capacidade’ da caixa armazenadora.

Operação 1. Cada grupo de estudantes recebe 10 caixinhas e deve empilhá-las como preferir para obter o formato da caixa armazenadora. Observe que para que se forme um paralelepípedo retângulo, as possibilidades de combinação são 1 fileira de 10 caixinhas (1x10 ou 10 x1) e 2 fileiras de 5 caixinhas (2x5 e 5x2).



Se forem criadas ‘caixas armazenadoras’ com estas diferentes formas, é importante destacar para os estudantes que elas possuem a mesma capacidade, no caso de 10 cubinhos. Cada cubinho ocupa certo espaço dentro da caixa armazenadora, no caso um décimo, sendo este o seu ‘volume’.

Operação 2. É importante repetir o processo da operação anterior para outras quantidades de caixas, por exemplo, com 16 caixinhas, os estudantes conseguem fazer outros formatos (1x16, 2x8, 4x4), com 30 caixinhas (1x30; 2x15; 3x10; 5x6 etc.). Neste processo, vão identificando o que seriam os ‘divisores’ do número total de caixas, para que todas sejam enfileiradas e nenhuma fique de fora. Também pode-se pensar em formar uma caixa armazenadora para 11 caixinhas e os estudantes vão perceber que só é possível criar uma fileira de 11 caixinhas - isso por que o número 11 só tem dois divisores, e, portanto, é primo.

Operação 3. O processo pode também ser realizado com os cubinhos de material dourado (1cm) sobre a malha quadriculada de 1cm x 1cm. Cada grupo recebe a quantidade de cubos correspondente à quantidade de caixas presentes a serem armazenadas para projetar as diferentes possibilidades de formatos para a caixa armazenadora. Ao final, cada grupo desenha na lousa uma possibilidade de formato, o que mostrará a totalidade de possibilidades criadas pelo grupo/classe. Conclui-se com a escolha de um dos formatos, aquele que melhor armazenar as caixinhas/presentes e facilitar o processo de confecção.



Projeções de formatos na malha quadriculada e na última foto, uma estudante calcula a área de sua projeção desenhada na lousa.

Ação

III. Construção da caixa armazenadora.

Nesta ação, professor e estudantes definem o formato da caixa armazenadora e a constroem, usando materiais mais resistentes, por exemplo, papel cartão, ou reciclando alguma caixa já existente, como a da imagem a seguir. Com esta ação encerra-se a situação desencadeadora.



Caixa armazenadora.

Outras considerações:

A situação aqui proposta desencadeia no estudante a necessidade de refletir sobre a capacidade de algumas embalagens e o volume que elas ocupam. Nesse sentido, possibilita que se estabeleçam várias relações conceituais, e os estudantes se

apropriam de conceitos de capacidade e volume e podem planificar sólidos geométricos. Entretanto, o trabalho foi feito essencialmente com figuras de formas regulares, o que nem sempre encontramos na realidade objetiva. Vimos historicamente que os métodos para o cálculo de capacidade e volume avançam na experiência humana e se complexificam. Assim, não é o caso de ensinar tais métodos para os estudantes das séries iniciais, mas, possibilitar tal questionamento a eles. A ação e operações a seguir revelam outras possibilidades para o trabalho com ‘volume’ de objetos.

AÇÃO EXTRA: Analisar diferentes embalagens pelo volume

Operação 1. Qual das embalagens aparenta ter maior volume? Em grupos os estudantes observam, comparam e enfileiram as embalagens no que consideram a



ordem crescente de volume. Se possível, disponibilizar para os estudantes as mesmas embalagens usadas para analisar a capacidade.

Operação 2.

Verificação das hipóteses visuais. Percepção. Utilize um recipiente com volume maior que as embalagens enfileiradas para verificação das hipóteses.

As crianças devem ser orientadas a colocar uma caixa de cada vez dentro do recipiente maior e a comparar o espaço que ela ocupa com a dimensão do recipiente.

Operação 3. Medindo o volume de uma embalagem (O Princípio de Arquimedes). Para a realização desta ação é necessário um kit com um recipiente com água para mergulhar a embalagem (de vidro ou plástico com tampa), caneta hidrocor e a embalagem de plástico, bem tampada. O volume é verificado com a imersão da embalagem no recipiente com água. Marque o nível da água, antes e depois da imersão. A embalagem deve estar bem tampada para que não haja derramamento de água no momento da imersão. O volume ou espaço ocupado pela embalagem corresponde à

diferença entre o nível inicial (antes da imersão) e o nível final (com a embalagem no fundo do recipiente). Peça para os estudantes dizerem o que aconteceu com o nível da água e verifique se eles compreendem que a água que transborda do recipiente, quando a embalagem encontra-se imersa, equivale a seu volume, ou seja, o volume da embalagem.

Operação 4. Será que a embalagem que nós mergulhamos possui volume e capacidade iguais? Como poderíamos verificar isso, utilizando os mesmos materiais da operação anterior? Uma possibilidade de verificação: Encha a embalagem de água, tampe-a e novamente a mergulhe confirmando o seu volume pela medida anterior; depois, despeje a água (sua capacidade) no recipiente com água e observe o nível alcançado. Se o nível ficar abaixo da medida anterior, concluímos que o volume é maior que a capacidade. Antes de fazer a verificação, solicite o levantamento de hipóteses e respectivas defesas. (Não esquecer de que para medir o volume, devemos considerar a espessura da embalagem (a parede da embalagem)).

Etapas e Ações nos cinco anos do Ensino Fundamental I

			Anos escolares				
			1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o
Etapla I: Reconhecer e comparar diferentes embalagens	Ação I.1: Sensibilização						
	Ação I.2: Critérios para analisar uma embalagem	I.2.1: Observar e comparar embalagens	x	x	x	x	x
		I.2.2: Critérios de classificação	x	x	x	x	X
		I.2.3: Embalagens nas prateleiras dos mercados	X	x	x	x	X
	Ação I.3: Analisar embalagens pela ‘capacidade’	I.3.1: A embalagem com maior capacidade: visual	X	x	x	x	X
		I.3.2: A capacidade da embalagem: ação empírica	x	x	x	x	X
		I.3.3: Síntese sobre a noção de capacidade	x	x	x	x	X
Etapla II: Construção da embalagem para armazenar o bombom	Ação II. 1: Desenhar e planificar um sólido geométrico	II.1.1: Desenhar a forma plana da embalagem	x	x	x	x	X
		II.1.2. Montar um painel com o desenho dos estudantes	x	x	x	x	X
	Ação II.2 Medir a área de uma superfície plana	II.2.1 Medir em folha quadriculada	x	x	x	x	X
		II.2.2 Medir em folha sulfite e usando régua			x	x	X
	Ação II.3 Definir um formato adequado para a embalagem do bombom	II.3.1. Identificar dimensões necessárias da caixa	x	x	x	x	X
		II.3.2. Esboçar um modelo planificado			x	x	X
		II.3.3. Reproduzir o modelo em cartolina			x	x	X
Etapla III Construção da caixa	Ação III.1. Discutir sobre o melhor formato para a caixa que armazene todos os presentes		x	x	x	x	X
	Ação III.2. Criar paralelepípedos retângulos com as caixas		x	x	x	x	X
	Ação III.3. Construção da caixa armazenadora		x	x	x	x	X
	Ação Extra: Analisar diferentes embalagens pelo volume	1: Qual embalagem aparenta ter maior volume?			x	x	X
		2: Verificação das hipóteses visuais			x	x	X
		3: O princípio de Arquimedes			x	x	X
		4: Volume e capacidade são iguais?			x	x	x

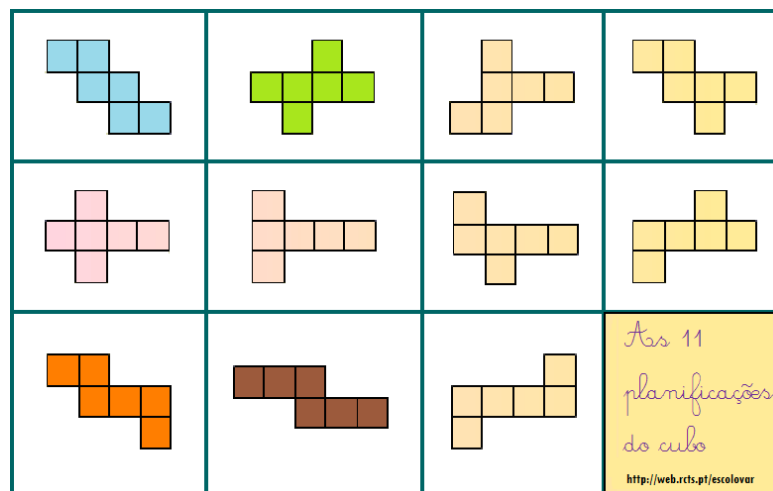
Em relação a este quadro, chamamos a atenção para duas considerações:

1. O aprofundamento conceitual deve ser realizado de acordo com as possibilidades de aprendizagem das crianças em cada ano do ciclo;
2. Embora este quadro tenha sido construído com base no trabalho de duas escolas, não deve ser tomado como absoluto, o que sugere que o professor

avaliar e decidir se realiza e como realiza cada ação em sua classe, sobretudo, no primeiro ano de escolarização.

Sugestões de links, livros e tarefas

- Leitura do livro ‘O homem que amava caixas’ de Stephen King, Editora Brinquebook. <http://www.youtube.com/watch?v=UJ1tnReCF74>
- O cubo pode ser planejado de várias formas (verifique se os alunos conseguem fazer diferentes formas de planificá-lo).

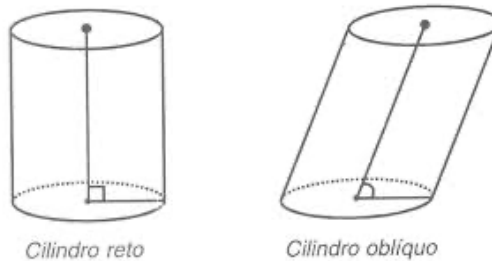


- Sugerimos também o uso do programa Poly para trabalhar com outros sólidos geométricos por meio virtual. Este programa é uma criação Pedagogy Software, que permite a investigação de sólidos tridimensionalmente com possibilidade de movimento, dimensionalmente (planificação) e de vista topológica.
http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php.
- Para aprofundamentos, estudos, e pesquisa do professor, sugerimos sobre sólidos platônicos o site
http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php.

Glossário

Capacidade: o volume interno que determinado objeto contém. Por exemplo: A capacidade da caixa d’água é de 1000 litros.

Cilindro: Os cilindros possuem bases circulares, podem ser retos ou oblíquos.

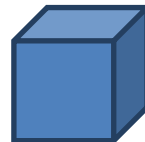


Grandezas: a qualidade atribuída a um objeto ou fenômeno em relação a outros objetos ou fenômenos. É necessário que esta qualidade seja possível de ser quantificada. São exemplos de grandezas: massa, comprimento, capacidade, volume, intensidade de cor, temperatura etc.

Paralelepípedo retângulo ou **bloco retangular:** é um sólido geométrico cujas faces são retângulos.

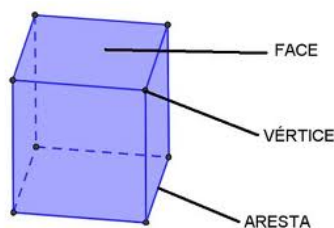


Sólidos geométricos: São exemplos de sólidos geométricos:



Os sólidos geométricos podem ser poliedros delimitados por polígonos, como as pirâmides e os prismas, ou não poliedros, como as esferas, cones e cilindros.

São **elementos** dos sólidos geométricos as faces, arestas e vértices:



Volume: o espaço que determinado elemento (sólido, líquido ou gasoso) ocupa em relação a outro. Por exemplo: O volume do cubo é 35 cm³.

Referências bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação. Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental. Brasília, dezembro/2012.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

EVES, Howard. *História da Geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

HOGBEN, Lancelot. *Maravilhas da Matemática*. Trad. Paulo Moreira da Silva. Editora Globo, 1946.

PERES, Thalitta Fernandes de Carvalho. Volume de Sólidos Geométricos – Um experimento de ensino baseado na teoria de V. V. Davydov. (Dissertação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás – 2010.

SÃO PAULO. Orientações curriculares e proposições de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental – Ciclo I – 1º ao 5º ano. Secretaria Municipal de Educação - São Paulo: SME/DOT, 2007.